北海道大学　研究推進部研究振興企画課
（mail：kakenhi@research.hokudai.ac.jp）

作成日：2020年02月10日
更新日：―

科研費 KAKENHI

特異点論の諸科学への応用

研究者所属・職名：電子科学研究所・准教授

ふりがな　てらもと　ひろし
氏名：　寺本　央

主な採択課題：

- 基盤研究(C) 「包括的グレブナー基底系を用いた特異点分類の自動化」(2019-2021)
- 基盤研究(B) 「偏微分方程式による一元的幾何学的特徴評価を基軸とした一気通貫型最適設計製造法」(2019-2021)（研究分担者として参画）

分野：応用特異点論、多目的最適化、計算代数

キーワード：パレート集合、包括的標準系、混合加群

課題

●なぜこの研究をおこなったのか？（研究の背景・目的）

近年、特異点は多目的最適化問題におけるパレート集合や固体物理におけるバンド構造の分岐等さまざまな系に応用されるようになってきた。多目的最適化においてはよいベンチマーク問題を作ることが、最適のアルゴリズム開発にとって重要であると認識されてきているが、既存のベンチマーク問題は特殊すぎるという批判もあり、実問題の特徴を反映した多様なベンチマーク問題の開発が急務の課題となっている。状態変数の数が目的関数の数より多い場合には、パレート集合は目的関数が定める写像の特異点の部分集合となり、パレート集合とパレートフロントの微分位相幾何学的構造を特異点論を使って分類することができる。その分類の不変量を用いることで実問題の特徴を定量化し、多様なベンチマーク問題開発を可能とする。

●研究するにあたっての苦労や工夫（研究の手法）

手法は特異点論を用いる。特異点論はパレート集合およびフロントの特徴づけ、バンドの分岐等を議論する上で有用な枠組みであるが、特異点論的な考え方はまだ広く受け入れられているとはいいがたく、他分野との連携は期待していたよりも難しい。わかりやすい成果を出して有用性をアピールするのが今後の課題である。

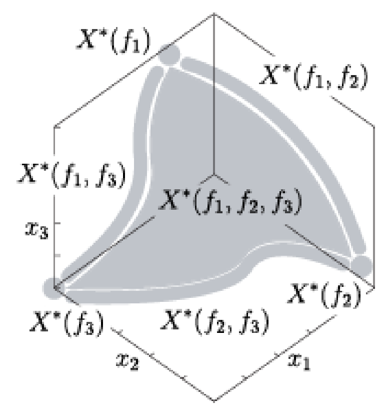

図1　パレート集合の図

北海道大学
研究推進部研究振興企画課
（mail：kakenhi@research.hokudai.ac.jp）
作成日：2020年02月10日
更新日：—

特異点論の諸科学への応用

研究成果

●どんな成果がでたか？どんな発見があったか？
n個の状態変数、p個の目的関数からなる多目的最適化問題を考える。

nがpよりも大きく、p個の目的関数が2階微分可能、強凸関数であり、さらに目的関数の勾配の張るベクトル空間の次元がパレート集合上p-1次元以上であるという条件の下、パレート集合とパレートフロントはp-1次元の単体（右図は2単体）と微分同相になることが分かった(SIAM Opt.に投稿中）。また、それらは階層的な構造をもち、その構造を使う事で効率よくパレート集合とフロントを計算することができる。

より詳細なパレート集合とフロントの微分位相幾何学的構造を知るために、多目的最適化問題をパレート同値という同値関係で網羅的に分類し、パレート集合とフロントの形状を特徴づける不変量を同定した。

その他、バンド構造の分岐の種類の分類等を行った。

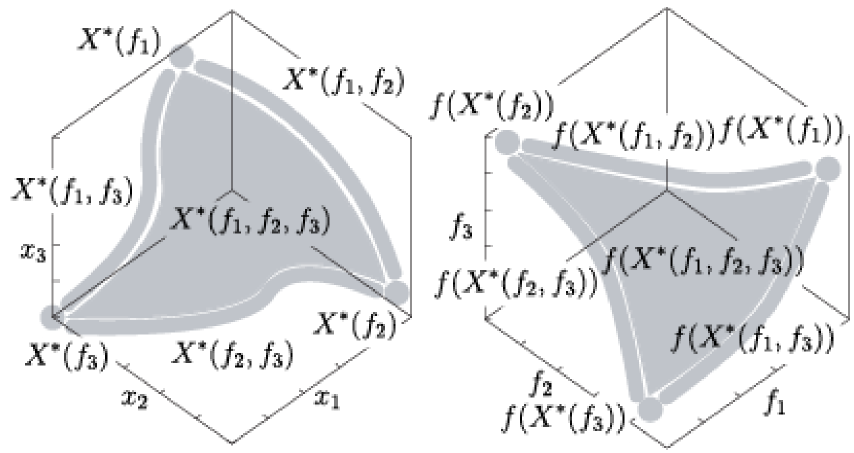

図2　パレート集合とフロントのイメージ図

今後の展望

●今後の展望・期待される効果
以上のパレート同値の不変量を実問題に対して計算し、実問題が通有的に持つ特徴を抽出する。また、その不変量に基づき、実問題の特徴を正しく反映したベンチマーク問題を開発すること。また、固体のバンド構造の分岐がどのようにバンド構造の大域的なトポロジーの変化につながるのかを解明し、固体の電気伝導特性の制御につながる。