

# マシュー・ムーンシャイン

立教大学 理学研究科 特任教授

**江口 徹**



### 研究の背景

超弦理論は10次元の時空に存在します。我々の住んでいる時空は4次元なので、残りの6次元空間は目に見えないような小さなサイズの空間に丸まっているものと考えられます。超弦理論が素粒子の標準理論を再現するためには、この余分な空間がK3曲面と呼ばれる特別な4次元空間と、2次元の球面(あるいはトーラス)から出来ている場合が最も具合が良いことが知られています。

K3曲面は自己双対曲率を持つ4次元で唯一の曲面でK3曲面の名は3人の有名な数学者、エルンスト・クンマー、エーリッヒ・ケーラー、小平邦彦からとられています。K3曲面が現代の複素幾何学において最も基本的な役割を演じていることは広く知られています。

### 研究の成果

我々は、K3曲面上の超弦理論を考え、その楕円種数と呼ばれるものを超弦理論の対称性を表す関数を使って展開しました。すると驚くべき事に、その展開係数がマシュー群M24と呼ばれる離散群の表現の次元と一致する事に気がつきました。これはモジュラーJ関数と呼ばれるものをテ일러展開するとその展開係数がモンスター群の表現の次元と一致するという有名なモンスター・ムーンシャイン(monstrous moonshine)の現象を思い出させます。そこで我々の発見した現象はマシュー・ムーンシャイン(Mathieu moonshine)と呼ばれるようになり、多くの研究者の関心を引く事になりました。マシュー・ムーンシャインは有限群論、保型形式、複素幾何学などさまざまな数学の分野の接点にあり、超弦理論とも密接な関係を持っています(図)。マシュー・ムーンシャインをテーマにした研究会が、名古屋大(2011年)、連邦工科大(スイス、2011年)、サイモンズ研究所(米国、2013年)、立教大(2014年)で開かれました。この間、マシュー・ムーンシャインは拡張されて、現在までに20数個の関連するムーンシャインの系列が見つっていますが、その物理的な起源や数学的な構造はまだ謎に包まれています。

### 今後の展望

マシュー群M24が24桁の2進数のエラー訂正コードとして有名なゴレー・コードの自己対称群であることはよく知られています。このような特別な対称性が超弦理論に現れる事は非常に不思議なことで、何か深い意味を暗示しているのではないかと思います。今後はマシュー・ムーンシャインで明らかにされたマシュー群M24とK3空間の関係を通して、超弦理論における隠れた対称性とその起源を探求してゆきたいと考えています。

### 文献

T.Eguchi, H.Ooguri and Y. Tachikawa  
 "Notes on the K3 Surface and the Mathieu group M<sub>24</sub>", *Exper.Math.* 20:91-96,2011

### 関連する科研費

平成19-23年度 学術創成研究費「超弦理論と宇宙の創成」  
 平成25-28年度 基盤研究(C)「超弦理論とムーンシャイン現象」



図 マシュー・ムーンシャインは数学、物理の幾つかの異なる分野の境界領域に位置していて分野横断的な研究を刺激する事が期待されています。