

# 複素多様体における ネヴァンリンナ理論

東京工業大学 大学院理工学研究科 准教授

**山ノ井 克俊**



### 研究の背景

数学の研究における一つの方向性として、高次元化があります。これは1次元など次元(=変数の数)が低いときに知られている事実を、次元が高い状況で考察しよう、という研究の方向性です。ネヴァンリンナ理論は、1920年代に一変数の複素解析学(=複素数を変数とする微積分学)の理論として誕生しました。この理論を高次元化しよう、という試みは理論の草創期からありますが、多くの重要な成果が得られている一方で、まだ完全な高次元化には程遠いのが現状です。中心的な問題は何かというと、複素多様体とよばれる高次元の空間図形の中に描かれた、複素解析的な曲線である整正則曲線のもつ性質の探求です(図1)。これは、複素多様体の双曲性という、負曲率に曲がった図形を持つ特徴から抽出された、幾何学の重要なテーマと関わっています。また、複素多様体が代数方程式の零点として、式によって表現できる場合には、その代数方程式の整数解を調べる数論の問題とも関わっており、整正則曲線のまわりにのみ、整数解が沢山存在すると予想されています。このように、ネヴァンリンナ理論の高次元化は、他の数学理論との関連も大きな動機づけとなっています。

### 研究の成果

これまでの継続的な研究で、筆者は、野口潤次郎、J. Winkelmann両氏とも共同しながら、アーベル多様体の中の整正則曲線に関して、ネヴァンリンナ理論の高次元化に関する基本予想を解決し、その応用を進めてきました。アーベル多様体は、高い対称性をもち、代数方程式の零点として

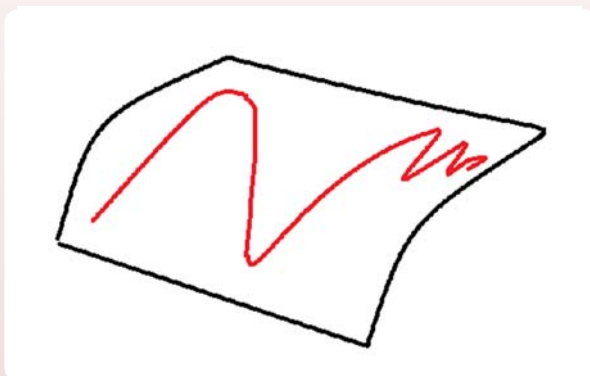


図1 複素多様体の中の整正則曲線のイメージ。実際には高次元のため絵には書けない。

式で表現できる複素多様体であることから、代数幾何学や数論でもきわめて重要な対象となっています。現在は、あつかう複素解析的な曲線を、整正則曲線から代数型の正則曲線に一般化して研究を進めています。その結果、アーベル多様体を、十分多く分岐しながら被覆する複素多様体は、ある小さな例外集合の外では、代数的な双曲性を持つことが分かりました。

### 今後の展望

これまで、複素解析的な曲線として、いわば無限にのびたものをあつかってきましたが、今後は有限にしかのびていない状況で、それを複素解析的にどのくらい大きくのぼすことができるか、研究したいと考えています(図2)。これは複素多様体がどのくらい双曲的か、定量的に評価する問題です。例えば、アーベル多様体の部分多様体は、部分アーベル多様体の平行移動を含まなければ、小林双曲的であることは1970年代に得られた基本的な結果ですが、部分アーベル多様体の平行移動を含んでしまうときには、その外では双曲的であるか、という問題は依然として未解決のままです。このような問題を解決できる理論展開を目指しています。

### 関連する科研費

平成20-23年度 若手研究(B)「離散的視点に基づくネバリンナ理論の研究」

平成24-28年度 基盤研究(C)「複素多様体の一意化、双曲性、およびネヴァンリンナ理論の研究」

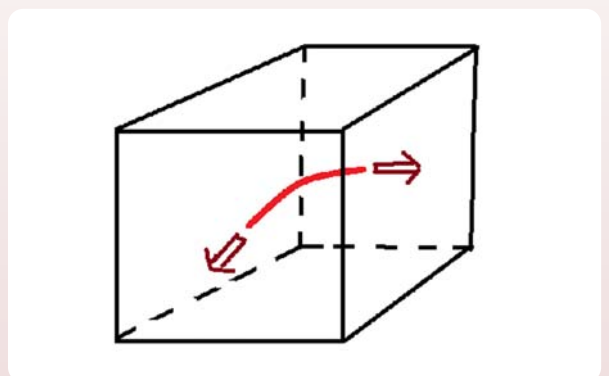


図2 複素解析的な曲線を限界までのぼすとき、その大きさを調べる。