

理工系



ダイヤモンドに似た結晶構造がもう一つだけ存在することを数学的に発見

明治大学理工学部教授 砂田 利一

【研究の背景】

古代ギリシャの数学者は、身近にある結晶の形に触発されて多面体の研究を行い、正多面体には正四面体、正六面体（立方体）、正八面体、正十二面体、正二十面体の5種類しか存在しないことを発見しました。

現代的視点から見れば、これは対称性の大きい多面体の分類です。現代の数学者ならば、結晶が周期的に配列された原子からなることを考慮し、原子間の結合まで込めた図形（結晶構造）を考察するのが自然です。

ダイヤモンドが美しいことは誰もが認めることですが、実はミクロの図形としても美しい。この美しさは、この図形が極めて大きい対称性を持つことによります（図1）。そこで、同様の対称性を持つ結晶構造を探求しようという問題意識が生まれます。

【研究の成果】

私は、共同研究者の小谷元子氏（東北大学）と共に、まったく別の動機から、結晶格子（結晶構造を抽象化した数学的図形）上のランダム・ウォーク（酔歩）の研究を行っていましたが、面白いことにランダム・ウォーカー（酔っ払い）が「結晶格子の最も自然な空間への入り方を検出する」ことを発見しました。

すなわち、結晶格子の空間への入り方は様々あるのですが、「酔っ払い」が結晶格子の上を歩き回っているうちに、歩き方の「確率法則」が見出され、この法則（推移確率の極限定理）の中に「自然な入り方」を読み取ることができるのです。ここで「自然な入り方」というのは、一言で言えば（数学的）エネルギーを最小にし、その結果「様々な入り方」の中で最も大きい対称性を持つものです。

この事実を用いて、数学理論上、ダイヤモンドのほかに、もう一つだけ極めて大きい対称性を持つ結晶構造が存在することを見出しました（図2）。

【交付した科研費】

平成18—19年度 基盤研究(C)「非可換幾何解析学の研究」

平成16—19年度 基盤研究(B)「離散群の作用する無限グラフのスペクトル解析とグロモフ・ハウスドルフ収束」(研究分担者) 研究代表者:小谷元子(東北大学)

その具体的な結晶構造は、10角形の集積したものの（ダイヤモンドは六角形）で、別の動機から1923年に結晶学者のLavesにより発見されており、その後、多くの人々により再発見され、その名称は今でも定まっていません（私は、その数学的構成の仕方からK_4結晶と名付けました）。

【今後の展望】

今のところ、純粋な意味でのK_4結晶は自然界では見つかっていません。「自然は対称性を好む」というのはよく言われることです。現在、東北大学の材料科学の研究者と共に、様々な原子に対するK_4結晶の可能な物理的性質を調べつつあります。

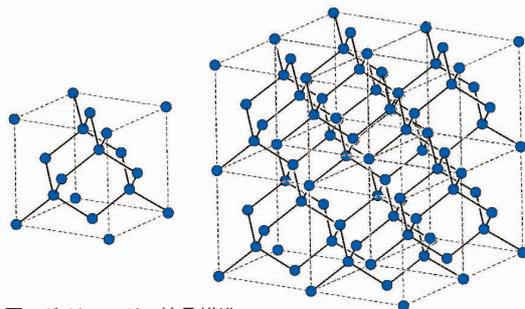


図1 ダイヤモンドの結晶構造

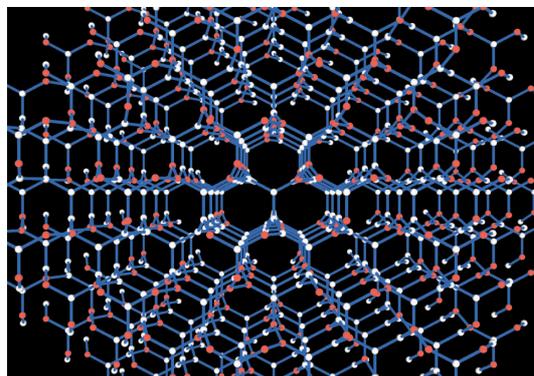


図2 ダイヤモンド以外に一つだけ存在する極めて大きい対称性を持つ結晶構造(名古屋大学内藤久資氏作成)