

【基盤研究（S）】

理工系（数物系科学）



研究課題名 偏微分方程式の係数決定逆問題の革新的解決と応用

東京大学・大学院数理科学研究科・教授 やまもと まさひろ
山本 昌宏

研究課題番号：15H05740 研究者番号：50182647

研究分野：数物系科学

キーワード：境界値逆問題、リーマン計量決定、非ニュートン流体、非整数階微分方程式

【研究の背景・目的】

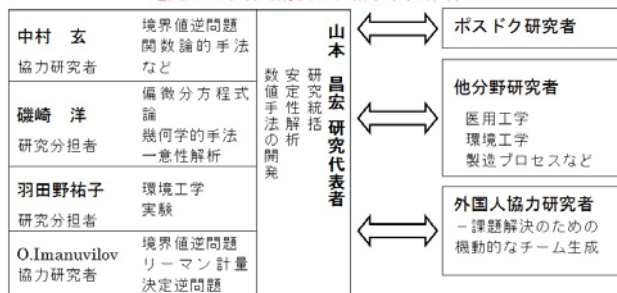
偏微分方程式の係数を、境界や部分領域における解のデータから決定するという係数決定逆問題の数学解析と応用の研究を実施する。本課題の係数決定逆問題は医用診断の問題や環境汚染の長期予測など公共の福祉に密接に関連している。理論面と応用面の重要性を考慮して、次の4つのタイプの逆問題を研究対象とする。(A) 境界値逆問題、(B) リーマン計量決定逆問題、(C) 非ニュートン流体の逆問題、(D) 特異拡散の逆問題。

(A) は人体などの内部の伝導率を境界上の入力・出力関係で決定する逆問題で、(B) はリーマン多様体内の距離を境界の2点を結ぶ最短距離で決定する逆問題であり、ともに観測反復型の逆問題である。

(C) は人体や多くの材料に現れる粘弾性のような性質を示す非ニュートン流体の物性係数の決定であり、(D) は汚染物質の特異拡散などのモデル式である非整数階偏微分方程式に関する逆問題で、1回の事象に対する境界データによる定式化である。これら4つの課題は多様な逆問題を代表するものであり、本研究を通じて応用分野に現れる多様な逆問題の数学解析と数値解析の革新的な解決を目指す。

【研究の方法】

逆問題の革新的な解決を目指す研究体制



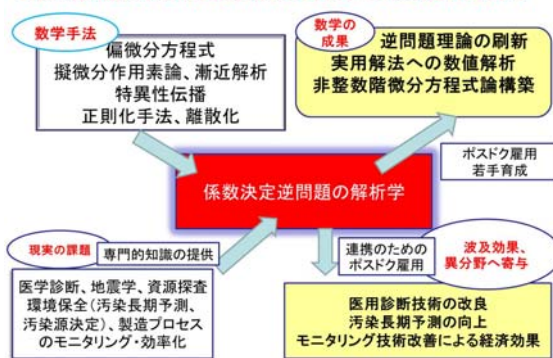
研究体制は上図で、上記の4つの課題ごとに、与えられたデータが係数を一通りに決定できるのかという一意性ならびにデータの誤差が求めるべき係数に大きな影響を与えないかという安定性などの数学解析を遂行し、それを踏まえて、実用化を視野に入れた数値解法の開発を目指す。逆問題は現実の問題を背景にしているので、諸科学分野の研究者と連携を保ち、製造プロセスのモニタリング技術の向上など産業応用も行っていく。代表者らが構築・維持している逆問題と関連分野において著名な研究者のネ

ットワークを駆使して、課題ごとに国内外から専門家を研究チームに加えて、機動的なチーム編成により、研究の各ステップで想定される困難を突破していく。

【期待される成果と意義】

1. 多様な係数決定逆問題に対して、方法論を統合して、包括的な解決をはかること。
2. 数学解析の結果に基づく逆問題の数値解析の開発。
3. 課題 (D) と関連して、古典的偏微分方程式論を包含する非整数階偏微分方程式論の創設。
4. 医学診断や汚染の長期予測の向上、産業現場でのイノベーションなどに結びつくことへの期待。
5. 非整数階偏微分方程式論の創設などを通して、数学を現場の問題に応用することにより、数学的な理論自体も豊かになるという本研究の成果が、理論・応用双方向の発展的な成功事例となる。

総括: 逆問題の革新的な数学解析と異分野への波及を目指します



【当該研究課題と関連の深い論文・著書】

- [1] K. Sakamoto and M. Yamamoto: Initial value/boundary value problems for fractional diffusion-wave equations and applications to some inverse problems, *J. Math. Anal. Appl.*, **382** (2011), 426-447.
- [2] O.Y. Imanuvilov, G. Uhlmann and M. Yamamoto: The Calderón problem with partial data in two dimensions, *J. Amer. Math. Soc.*, **23** (2010), 655-691.

【研究期間と研究経費】

平成27年度-31年度 140,000千円

【ホームページ等】

http://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~myama/kiban_S/index.html