【基盤研究（S）】

理工系（数物系科学）

研究課題名　流体現象のマクロ構造とメゾ構造解明のための解析理論の構築

早稲田大学・理工学術院・教授　柴田　良弘（しばた　よしひろ）

研　究　分　野：基礎解析学

キ　ー　ワ　ー　ド：関数方程式、流体数学、確率解析、大域解析学、数値解析

【研究の背景・目的】

工学を始めとして気象学、海洋学、医学、生命科学などに現れる流れの解析は現代科学の重要な課題である。本研究は、その中でも特に運動する剛体周りの水や空気の流れの安定性と流体機械の気泡による壊蝕問題に関連する混相流の解析を主な対象とする。これらの問題を数学的に厳密に解くことは、流体数学の発展のみならず、飛躍的に進歩している計算機能力と合わせて、流体工学を基盤とする多くの科学技術の進展にも深く寄与するものである。

ただし、上記の問題を厳密に解析する際に、そこに現れる多重スケール性が大きな障害となっている。そこで、本研究ではナヴィエ・ストークス方程式の解析に新展開を与えるとともに、メゾレベルからの新しい運動方程式を導出し、流体構造のマクロとメゾ両面の理解のための解析理論を確立することを目標とする。具体的には、従来の研究方法に加え $\mathcal{R}$ 有界性、Fourier 制限法、擬微分作用素、有限要素法などを導入し、ナヴィエ・ストークス方程式の初期値・境界値問題の解析に新展開を与える。また確率解析、大域幾何学、非線形偏微分方程式の専門家の共同研究で、メゾレベルの流体分子の運動から確率項を本質的に含む粘性流体の運動方程式を導出し、流体数学の解析に新しい知見を与える。

【研究の方法】

本研究では作用素値 Fourier multiplier 理論によるとストークス作用素のレゾルベントの $\mathcal{R}$ 有界性から解析半群の生成と最大正則性原理が同時に導かれることを用いることにより、粘性流体の自由境界問題に対する時間局所解の一意存在について統一理論を構築する。また従来の手法に加えて非線形分散型方程式研究で成功を収めている Fourier 制限法と擬微分作用素、有限要素法を用いることによりナヴィエ・ストークス方程式の定常解の安定性を示す。更にはメゾレベルのランダム運動に変分原理を導入し Arnold-Ebin-Marsden のプログラムを粘性流体に拡張することにより、あるいは現象論的な議論によるトップダウン的な方法により、確率項を本質的に含む運動方程式を導出する。

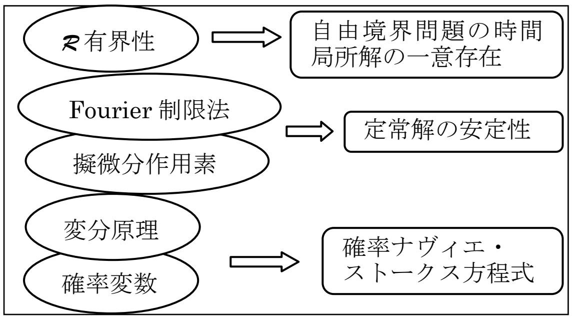

図１　研究の方法

【期待される成果と意義】

レゾルベントの $\mathcal{R}$ 有界性を示すことで解析半群の生成と最大正則性原理を同時に示すことは、自由境界問題の時間局所解の存在に関する一般的な統一理論を与えるばかりでなく、より一般の非線形放物型発展方程式の理論に新しい研究方法を与えるものである。またストークス作用素のスペクトル近傍の解析に Fourier 制限法や擬微分作用素を導入することは流体数学研究では初めての試みであり、安定性理論を格段に進歩させると期待される。さらにキャビテーションの構造解明は現在のマクロレベルのナヴィエ・ストークス方程式だけでは不可能であるが、本研究により流れの構造をマクロオーダーとミクロオーダーの両面から解明できるようになると、マクロとメゾを繋ぐ数学理論の統一プログラムを提言することができるとともに、流体機械の壊蝕問題の解決にも新しい視点が導入できると期待される。

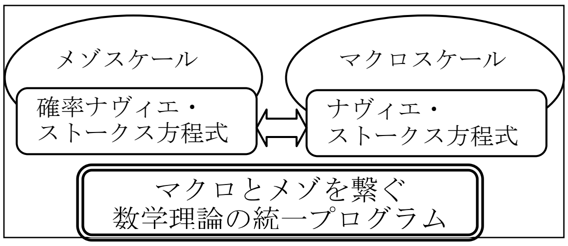

図２　期待される成果

【当該研究課題と関連の深い論文・著書】

・Y. Shibata and S. Shimizu, On the L_p-L_q maximal regularity of two phase Stokes equations: Model problems, J. Diff. Eqns. **251** (2011), 373-419.

・T. Hishida and Y. Shibata, L_p-L_q estimate of the Stokes operator and the Navier-Stokes flows in the exterior of a rotating obstacle, Arch. Rational Mech. Anal. 193 (2009), 339-421.

【研究期間と研究経費】

平成 24 年度－28 年度

66,500 千円

【ホームページ等】

http://www.fluid.sci.waseda.ac.jp/shibata/index.html