

【基盤研究(S)】

理工系（数物系科学）



研究課題名 無限群と幾何学の新展開

東京大学・大学院数理科学研究科・教授

つばい たかし
坪井 俊

研究分野：幾何学

キーワード：位相幾何、無限群

【研究の背景・目的】

様々な幾何学における対称性を記述する群は通常、非可換無限群であるが、有限的な対称性を記述する有限群に比較して、非可換無限群の理解は難しいものであった。近年、リー群およびその離散部分群、様々な構造を保つ微分同相群、曲面の写像類群、有限表示群、実樹木の変換群などの理解が進んだ。また、群作用の特性類、無限群上の安定交換子長、解析的、確率論的力学系不変量を用いた無限群の研究の手法が整えられてきた。すなわち、無限群と幾何学の研究を総合的に進める基礎が固められてきた。

そこで本研究では、幾何学およびトポロジーにおける無限群の幾何学的研究の発展を踏まえ、関係する分野の研究者の共同研究により、無限群作用のトポロジー的、幾何的、力学系的な性質と様々な不変量の関係を明らかにする。さらに無限群に対する新しい不変量を創出し、その意味を明らかにするとともに、それらをトポロジーおよび幾何学の諸問題へ応用する。

【研究の方法】

5つのテーマを相互に関係させて研究する。

- (1) [空間形と無限群] 不定値の計量を持つ空間形への離散的等長作用の変形の様子を、空間形に付随する無限遠空間への作用とともに明らかにする。クライン群の分類理論と同様の理論を他の種類の空間形への作用について構築する。

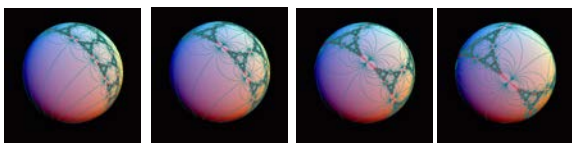


図1. 極限集合となるアポロニアンガスケットの变形

- (2) [多様体の微分同相群] シンプレクティック微分同相群、接触微分同相群、葉層構造を保つ微分同相群などについての、群自体の位相、分類空間の位相を明らかにするとともに、それから導かれる不変量を定義し計算する。これを葉層構造論に応用する。
- (3) [曲面の写像類群] 写像類群と微分同相群の不変量の関係を解明する。曲面の写像類群の不変量と3次元多様体の不変量を新たに定義し、3次元多様体の分類に応用する。閉曲線複体、測地的ラミネーション、ファットグラフなどによるアプローチの相互関連を明らかにする。

- (4) [無限群の力学系的不変量] 不変集合におけるダイナミクスから導かれる不変量、幾何学的群論の成果として得られる不変量を微分同相群に対して計算する。アフィン群のような群の作用の存在の問題、一意性の問題、共役の問題を明らかにする。

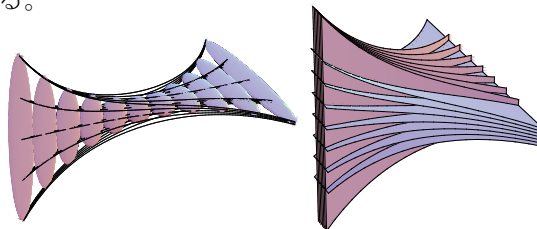


図2. アノソフ作用は伸縮を表す力学系不変量で記述される

- (5) [無限群と野生的空間] 群作用の空間のコンパクト化への作用について、その従順性を明らかにする。群作用の極小集合として現れる位相空間の研究を行う。リーマン面の変形空間であるタイヒミュラー空間の様々なコンパクト化に応用する。

【期待される成果と意義】

非可換無限群の研究の新しい方法の確立が期待され、微分同相群など手掛かりが少ないが非常に重要な無限群の研究を大きく前進させることができる。これにより、様々な数学的対象に表れる現象を統一的に理解できるようになる。

【当該研究課題と関連の深い論文・著書】

- ・ Takashi Tsuboi: On the uniform perfectness of the groups of diffeomorphisms of even-dimensional manifolds, *Commentarii Mathematici Helvetici*, 87, (2012) 141-185.
- ・ Takashi Tsuboi: On the group of real analytic diffeomorphisms, *Annales Scientifiques de l'Ecole Normale Supérieure*, 49, (2009) 601-651.

【研究期間と研究経費】

平成24年度－28年度
156,700千円

【ホームページ等】

<http://faculty.ms.u-tokyo.ac.jp/users/IGAG/>