

先端研究拠点事業－国際戦略型－

平成21年度 実施計画書

採用年度	平成20年度	採用番号	18005	領域	数物系科学
分科	数学	細目名	代数学	細目コード	(4101)

1. 日本側拠点機関名 広島大学

日本側コーディネーター（所属部局・職・氏名） 大学院理学研究科・教授・松本 眞

研究交流課題名 (和文) 数論幾何・モチーフ理論・ガロア理論の新展開と、その社会的実用

 (英文) New Developments of Arithmetic Geometry, Motive, Galois Theory, and Their Practical Applications

研究交流課題に係るホームページ：<http://www.math.sci.hiroshima-u.ac.jp/~m-mat/JSPS-CoreToCore/index-j.html>

2. 採用期間 平成20年 4月 1日 ～ 平成23年 3月 31日(36ヶ月)

3. 先端研究拠点事業としての全期間を通じた交流目標

本拠点事業の目的は、

1. 先端的な現代数学を発展させる、
2. 古典から最先端までの純粋数学理論より、暗号・乱数など実用に供される技術のシードを抽出し展開させ、実用プログラムを開発する、
3. 社会的実用性の立場から数学に求められるものを、純粋数学者にフィードバックする、

という三つの課題を、国内外の先進的研究機関などとの交流を行いながら推進することにより、持続的な国際研究協力のための機関間・研究者間ネットワークを確立し、純粋理論から実用までを見通した研究者を育成することである。

4. 前年度までの交流活動による目標達成状況

1. 先端的現代数学に関する国際研究集会を06,07,08年度に通算で海外で7回（うち08年度3回）、国内で14回（うち08年度4回）共催し、国内外の世界的に著名な研究者から修士学生にいたる幅広い研究交流を行った。本交流にもとづく共同研究論文が複数執筆中あるいは掲載済みとなっている。
2. 最新CPUの並列性を考慮し、数の幾何によって最適化された「SIMD 高速メルセンヌ・ツイスター」、ならびに実数乱数発生に特化して高速化された dSFMT 擬似乱数を開発・公開し、現在普及が進んでいる。
3. いくつかの研究集会において、暗号・金融などの実用数学研究の第一人者に講演を依頼し、純粋数学者へのフィードバックを行った。

これらを通して拠点事業としての認知度を高め、国際研究協力ネットワークを広げ、強化した。

5. 本年度の交流計画の概要

(共同研究)

1. 日本側コーディネータ松本眞教授を代表者とし、米国コーディネータ・デューク大学ヘイン教授、米国研究協力者パールシュタイン准教授、京都大学玉川安騎男教授・望月新一教授、東京大学寺杣友秀教授、名古屋大学古庄助教らをメンバーとする「ガロア群、写像類群とモジュライ空間の幾何」の共同研究。

ガロア群は数の変形を統括し、写像類群はトポロジーの意味での曲面の変形を統括する群である。これらの群は、モジュライ空間という空間の上で同一の舞台にのる。この舞台で、モチーフやガロア表現・ホッジ構造を調べることにより、多重ゼータ関数やスーレ元といった数学的対象の関連が明らかになると思われる。

前年度までの研究で、写像類群の相対 $pro-1$ 完備化の構造、ならびにガロア作用が 1 の外で不分岐になるなどの結果が得られ、ヘイン・松本の共著論文として *Journal of Algebra* に掲載予定となるなど、写像類群の完備化へのガロア表現の構造や、混合ホッジ構造が明らかになりつつある。本年度はこれらの成果をさらに発展させ、論文としてまとめる。また、種数 1 の場合、既存の *elliptic* モチーフとの関連を研究する。

2. 協力機関メンバー都築暢夫教授（前広島大学教授）を代表者とする、イタリア・フランスとの共同研究「数論的微分方程式とその Frobenius 構造」。

イタリア側ではコーディネータのパドバ大学キアレロット教授、バルダサーリ教授が中心メンバーである。微分方程式はものが変化していくさまを表わす方程式であるが、ここでは各素数 p に対して導入される p 進数の範囲での微分方程式を用いて、数論的な図形の変化を研究する。 p 進数の代数幾何とそれに伴う微分方程式は、新しい符号・暗号の設計や解読にも幅広く応用されてきている。 p 進数の幾何では、通常の数にはない概念である「フロベニウス」と呼ばれる p 乗を一般化した写像が重要な働きをする。この共同研究では、 p 進微分方程式の解空間から定まる対数的増大度とフロベニウス傾きの関係を調べ、いわゆる「ドウオークの問題」と呼ばれる対数的増大度の p 進解析空間での半連続性を考察する。対数的増大度は、標数 p の代数多様体の有理点の個数などの p 進的手法による計算において誤差の評価への応用があり、この点も考察の対象である。

前年度までの研究で、対数的増大度とフロベニウス傾きに関する我々の予想からドウオークの問題を導くための重要なステップを証明した。今年度は、我々の予想とドウオークの問題の解決を目指す。また、都築は、パドバ大学においてガルティ講師らと p 進数論幾何をテーマとした大学院生向けの連続講義を計画中である。

また、これらの p 進解析の研究成果の応用として、協力機関メンバー都築暢夫教授は研究協力者のフランス・カン大学のカロ教授(研究拠点パリ第11大学准教授から異動)と共同研究「数論的 D 加群における極大過剰決定系」を行っている。複素代数解析において佐藤・柏原が導入した概念の標数 p における類似で、標数 p の代数多様体の良い p 進局所系とそのコホモロジー論を構築することを目的としている。昨年度までの研究で、カロが導入した過収束極大過剰決定系の圏は、 Hom を除くグロタンディークの 5 つの作用に関して閉じていて、過収束 F アイソクリスタルを含む十分広い圏をなす事を証明した。今年度は、フロベニウスを持たない場合など極大過剰決定系の更なる考察と、数論的 D 加群を用いて消失輪体を考察する。

3. 松本教授を代表者とし、新研究拠点カナダ・モントリオール大学オペレーションリサーチ学科のコーディネータ、レキエ教授と、広島大学斎藤睦夫助教・山形大学理学部西村准教授・呉高専原本専任講師（広島大学博士課程修了）・広島大学D2学生原瀬氏・広島大学柳原准教授らをメンバーとする共同研究「高速多機能擬似乱数の開発と評価」。

松本－西村は、有限体のガロア理論や冪級数体の数の幾何と言った、近代的代数理論を利用して「メルセンヌツイスター」という高性能擬似乱数発生法を98年に発表し、世界的に普及が進んでいる。また、前年度までの研究で、二重フィードバックや可約特性多項式、最新のCPUの持つSIMDやパイプラインによる並列性の利用、実数型表現に適した漸化式、と言った新しいアイデアにより、この発生法をさらに高速・高性能にすることに成功し、インターネット上に公開して普及しつつある。

今年度は、上記の研究を継続するとともに、以下の研究を行う。

- ・多様に発展したさまざまなタイプの計算機プロセッサ（例えば cell やグラフィックプロセッサ）に適した擬似乱数発生法を研究するほか、このような「プラットフォーム指向の擬似乱数発生法を開発する枠組み」としてのソフトウェア作成支援ツールの開発。
- ・ユーザーに高い知識を必要としない、ユーザフレンドリーな乱数検定法の開発。
- ・数の幾何を用いた低齟齬列生成法の設計と数値計算への応用。

4. 広島大学工学研究科土肥正教授らを代表者とし、米国研究拠点デューク大学 Trivedi 教授らと行う高速マルコフ連鎖解析とその応用の研究。

マルコフ連鎖によるシステムのモデル化は、複雑な確率現象を取り扱う性能評価理論や極めて高い評価精度が要求される信頼性解析において必須のツールとなっている。また、多状態のマルコフモデルを扱うための簡便な手法として、疑似乱数によるモンテカルロシミュレーションが既に普及している。しかしながら、モンテカルロシミュレーションを通じて高精度な評価指標を算出するためには、膨大な数の高品質乱数が必要であり、現実的にシミュレーション可能なモデルサイズが限定されるという問題があった。

本研究では、大規模マルコフ連鎖モデルに基づいて性能評価解析や信頼性解析を実施するための新しい方法論を展開する。平成20年度は、高精度・高速化が著しい MT (Mersenne Twister) 系乱数発生法を高速マルコフ連鎖解析に適用するための工学的アプローチとして、マルコフ連鎖解析の有効な手法の一つである一様化に着目し、効率的な計算アルゴリズムを開発することに成功した。平成21年度はさらに、MT系乱数に加え、準モンテカルロ法で知られる超一様分布列を利用した、まったく新しい計算アルゴリズムの開発を目指す。

これにより、従来の単純なモンテカルロシミュレーションとは異なり、解析的な枠組みで大規模マルコフモデルを高速に取り扱うことが可能となり得る。本研究は、マルコフ解析とその性能評価・信頼性評価への応用において世界的な権威でもある米国デューク大学 Kishor S. Trivedi 教授との共同研究であり、計算機・通信システムなど実システムの信頼性・性能評価を行うための次世代コア技術を開発するという意味で、数学と工学の融合を実践する重要な共同研究である。

(セミナー)

1. 2009年5月25日～5月29日「玉原数論幾何研究集会」(東京大学玉原セミナーハウス)
数論幾何、モチーフ理論の先端的研究者を国内外から招き、若手研究者との研究交流を深める合宿型の国際研究集会である。
2. 2009年7月6日～10日「レンヌ数論幾何」(フランス・レンヌ大学)
Website : <http://perso.univ-rennes1.fr/ahmed.abbes/jgar.html>
フランス側協力機関レンヌ大学にて開催される、数論幾何における最新の話題である分岐理論、消滅サイクル、 p 進リジッド幾何、数論的D加群、 p 進ラングランズ対応をテーマとした最先端の国際研究集会である。
3. 2009年7月13日～17日「モジュラー形式、 p 進ホッジ理論と応用」(フランス・ロスコフ)
Website : <http://www.math.univ-paris13.fr/~tilouine/Roscoff/roscoff-en.htm>
数論幾何の先端分野である、モジュラー形式と p 進ホッジ理論に関して、世界一線の研究者が研究発表を行う国際研究集会である。
4. 2009年7月21日(火)～24日「第8回広島整数論集会」(広島大学)
整数論・数論幾何学およびその応用に関する若手研究者による研究交流セミナー。
特に、博士在学中の学生の優れた修士論文や、日本に滞在する若手海外研究者の発表を中心にすることにより、若手の育成に主眼を置く。
5. 2009年12月14日～18日「第5回モチーフ勉強会」(東京大学)
モチーフの基礎理論から最新理論にいたる、専門家によるサーベイを中心にした勉強会である。
6. 2010年1月25日～29日「アーベル概型のねじれとモジュライ空間の有理点」
(フランス・ボルドー)
モジュライ空間は、数論幾何においてもっとも重要な多様体の一つである。アーベル多様体のねじれ点やモジュライ上の有理点の存在、密度をテーマとした国際研究集会である。
7. 2010年2月15日～19日「第5回鹿児島代数・解析・幾何セミナー」(鹿児島大学)
数学の中心分野である代数、解析、幾何の最新の研究成果発表と交流を通して、純粋数学理論の発展と応用の交流を図る。本研究集会は、鹿児島にて開催されるこのシリーズの集会の第4回目に当たる。
8. 2010年3月8日～11日「分岐被覆、退化、関連する話題」(広島大学)
代数幾何とトポロジーの融合分野である、分岐被覆と退化、低次元トポロジーに関する国際研究集会である。(組織委員：島田伊知朗，作間誠，足利正，松本幸夫，徳永浩雄)
9. 2010年1月4日～3月31日「ガロア3ヶ月セミナー」
(フランス/アンリ・ポワンカレ研究所、パリ11大学オルセー)
Website : <http://www.math.uvsq.fr/~galois2010/>
大学院生・若手研究者を中心にし、21世紀の数論幾何をテーマにした研究交流を行う3ヶ月にわたるプログラムである。
本研究拠点のフランス側コーディネータである Fontaine 教授を「讃える」研究集会「Conference in honor to Jean-Marc Fontaine」など、複数の研究集会を含んでいる。

(研究者交流)

1. ドイツ 木村俊一
オーベルボロバッハ 2009年6月28日～7月5日 8日間 成果発表
2. 米国 柳原宏和
ワシントンDC 2009年8月初旬 10日間 成果発表
3. フランス・ドイツ 與倉昭治
ストラスブルグ大学 2009年8月24日～8月29日
ミュンスター大学 2009年8月30日～9月3日 11日間 成果発表
4. 同上 安田健彦
5. 英国 田丸博士
Kings Colledge 2009年9月初旬 12日間 成果発表
6. ドイツ 石井亮
オーベルボロバッハ 2009年9月27日～10月4日 8日間 成果発表
7. トルコ 島田伊知朗
アンカラとアンタルヤ 2009年5月14日～5月25日 12日間 成果発表
8. フランス・ドイツ 島田伊知朗
ストラスブルグ大学 2009年8月24日～8月28日
ドイツハノーバー大学 2009年8月29日～9月5日 13日間 成果発表
9. ベルギー 原瀬晋
第7回モンテカルロ法国際会議 2009年9月6日～9月12日 7日間 成果発表
10. 中国 作間誠
The 6th East Asian School of knots, links and related topics
南海大学 チャーン研究所 2010年1月24日～1月30日 7日間 成果発表
11. 同上 張娟姫 (じゃん よんひ)
12. 同上 鎌田聖一

6. 実施組織

○日本側実施組織

拠点機関	広島大学
実施組織代表者 職・氏名	学長・浅原利正
コーディネーター 所属部局・職・氏名	大学院理学研究科・教授・松本眞
協力機関数	4
協力機関名	東京大学・京都大学・名古屋大学・東北大学
拠点機関事務組織： 事務総括責任者	学術室国際企画連携グループ グループリーダー 吉住誠司
事務総括担当者	学術室国際企画連携グループ 主査 菅原恵
経理管理責任者	財務室外部資金契約グループ グループリーダー 吉岡守
経理管理担当者	財務室外部資金契約グループ 主査 石田恭子

○相手国側実施組織 1

国名	アメリカ
拠点機関	デューク大学
コーディネーター 所属部局・職・氏名	理学部・教授 Richard Hain
協力機関数	0
協力機関名	

○相手国側実施組織 2

国名	イタリア
拠点機関	パドバ大学
コーディネーター 所属部局・職・氏名	理学部数学科・教授 Bruno Chiarellotto
協力機関数	0
協力機関名	

○相手国側実施組織 3

国名	フランス
拠点機関	パリ11大学Orsay
コーディネーター 所属部局・職・氏名	理学部数学科・教授 Jean-Marc Fontaine
協力機関数	3
協力機関名	レンヌ大学、ENS(エコールノルマルスペリオール) パリ第13大学

○相手国側実施組織 4

国名	カナダ
拠点機関	モントリオール大学
コーディネーター 所属部局・職・氏名	オペレーションリサーチ学科・教授 Pierre L'Ecuyer
協力機関数	0
協力機関名	