

**平成 30 年度研究拠点形成事業 (A.先端拠点形成型)**  
**最終年度 実施報告書**

(本報告書は、前年度までの実施報告書とともに事後評価資料として使用します。)

### 1. 拠点機関

日本側拠点機関：	慶應義塾大学
(英国) 拠点機関：	ウォーリック大学
(英国) 拠点機関：	キングス・カレッジ・ロンドン
(米国) 拠点機関：	ボストン大学
(デンマーク) 拠点機関：	コペンハーゲン大学
(イタリア) 拠点機関：	トリエステ大学
(ベルギー) 拠点機関：	ルーヴァン・カトリック大学
(スイス) 拠点機関：	チューリッヒ工科大学
(オーストラリア) 拠点機関：	オーストラリア国立大学
(ドイツ) 拠点機関：	レーゲンスブルク大学
(韓国) 拠点機関：	延世大学校
(中国) 拠点機関：	香港科学技術大学

### 2. 研究交流課題名

(和文)： 数論と幾何学を核とする数理科学国際連携研究拠点形成

(英文)： Foundation of a Global Research Cooperative Center in Mathematics focused on Number Theory and Geometry

研究交流課題に係るウェブサイト：<http://www.math.keio.ac.jp/~core-to-core/index.html>

### 3. 採択期間

平成 26 年 4 月 1 日～平成 31 年 3 月 31 日

(5 年度目)

### 4. 実施体制

#### 日本側実施組織

拠点機関：慶應義塾大学

実施組織代表者 (所属部局・職・氏名)：学長・長谷山彰

コーディネーター (所属部局・職・氏名)：理工学部・教授・栗原将人

協力機関：大阪大学

事務組織：理工学部学術研究支援課

**相手国側実施組織**（拠点機関名・協力機関名は、和英併記願います。）

(1) 国名：英国

拠点機関：(英文) University of Warwick

(和文) ウォーリック大学

コーディネーター（所属部局・職・氏名）：(英文) Mathematics Institute・Professor・  
Keith BALL

経費負担区分（A型）：パターン1

(2) 国名：英国

拠点機関：(英文) King's College London

(和文) キングス・カレッジ・ロンドン

コーディネーター（所属部局・職・氏名）：(英文) Mathematics Department・Professor・  
Simon SALAMON

協力機関：(英文) Imperial College London, University College London

(和文) インペリアル・カレッジ・ロンドン, ユニバーシティ・カレッジ・ロンドン

経費負担区分（A型）：パターン1

(3) 国名：米国

拠点機関：(英文) Boston University

(和文) ボストン大学

コーディネーター（所属部局・職・氏名）：(英文) Department of Mathematics and  
Statistics・Professor・Steven ROSENBERG

経費負担区分（A型）：パターン1

(4) 国名：デンマーク

拠点機関：(英文) University of Copenhagen

(和文) コペンハーゲン大学

コーディネーター（所属部局・職・氏名）：(英文) Department of Mathematical Sciences・  
Professor・Ryszard NEST

経費負担区分（A型）：パターン1

(5) 国名：イタリア

拠点機関：(英文) University of Trieste

(和文) トリエステ大学

コーディネーター（所属部局・職・氏名）：(英文) Department Mathematics・Professor・  
Giovanni LANDI

経費負担区分（A型）：パターン1

(6) 国名：ベルギー

拠点機関：(英文) **Universite Catholique de Louvain**

(和文) ルーヴァン・カトリック大学

コーディネーター (所属部局・職・氏名)：(英文) **IRMP・Professor・Pierre BIELIAVSKY**

協力機関：(英文) **Universite Libre de Bruxelles, Universite de Liege, University of Antwerp**

(和文) ブリュッセル自由大学, リエージュ大学, アントワープ大学

経費負担区分 (A型)：パターン1

(7) 国名：スイス

拠点機関：(英文) **ETH Zurich**

(和文) チューリッヒ工科大学

コーディネーター (所属部局・職・氏名)：(英文) **Department of Mathematics・Professor・Paul EMBRECHTS**

協力機関：(英文) **EPFL**

(和文) ローザンヌ工科大学

経費負担区分 (A型)：パターン1

(8) 国名：オーストラリア

拠点機関：(英文) **Australian National University**

(和文) オーストラリア国立大学

コーディネーター (所属部局・職・氏名)：(英文) **College of Physical and Mathematical Sciences・Professor・Alan CAREY**

経費負担区分 (A型)：パターン1

(9) 国名：ドイツ

拠点機関：(英文) **Universitat Regensburg**

(和文) レーゲンスブルク大学

コーディネーター (所属部局・職・氏名)：(英文) **Fakultat für Mathematik・Professor・Guido KINGS**

経費負担区分 (A型)：パターン1

(10) 国名：韓国

拠点機関：(英文) **Yonsei University**

(和文) 延世大学校

コーディネーター (所属部局・職・氏名)：(英文) **Department of Mathematics・Professor・ByungHan KIM**

協力機関：(英文) Seoul National University, Pohang University of Science and Technology

(和文) ソウル大学校, 浦項工科大学校

経費負担区分 (A型) : パターン 1

(11) 国名 : 中国

拠点機関：(英文) The Hong Kong University of Science & Technology

(和文) 香港科学技術大学

コーディネーター (所属部局・職・氏名) : (英文) Department of Mathematics・Professor・Xiaoping, WANG

経費負担区分 (A型) : パターン 1

## 5. 研究交流目標

### 5-1 全期間を通じた研究交流目標

数論と幾何学はそれぞれ独立な研究推進とともに、様々な相互作用によって影響を与え合いながら発展してきており、その結びつきは最近さらに顕著になっている。たとえば、数論多様体の研究である数論幾何、ラングランズ予想の数論的及び幾何的両側面、モジュライの幾何学、岩澤理論と結び目理論の関係、ゼータ関数の特殊値に関する同変玉河数予想と位相幾何不変量との関係、また、位相場理論・量子場理論・超弦理論等からも数論と幾何学の問題が多く指摘されている。岩澤理論では世界的に高く評価されている本申請拠点が、数論と幾何学を核として、さらに様々な数理科学研究分野(代数幾何学、離散群、離散力学系、計算代数、暗号、通信情報理論、データサイエンス、最適化問題、リスク理論等)をクロスオーバーさせ、相互研究連携を図り、統合的数理科学先端研究拠点を形成することが目的である。すでに数理科学研究教育連携を行っている大阪大学大学院理学研究科数学専攻の協力とともに、慶應義塾大学統合数理科学研究センターを主拠点として、本申請拠点が研究交流活動の実績を持つ、英国、スイス、ベルギー、イタリア、米国、オーストラリア、ドイツの国際的数理科学研究教育機関と連携をさらに強化し、数論と幾何学を核とする国際共同研究プロジェクトを展開するとともに、その将来を担う若手研究者を世界的水準へと育成していくことができる数理科学の国際研究拠点を構築することが目標である。

### 5-2 平成30年度研究交流目標

#### <研究協力体制の構築>

イギリスのウォーリック大学、キングス・カレッジ・ロンドン、アメリカのボストン大学、ドイツのレーゲンスブルク大学、デンマークのコペンハーゲン大学、イタリアのトリエステ大学、ベルギーのルーヴァン・カトリック大学、スイスのチューリッヒ工科大学、オーストラリアのオーストラリア国立大学とさらなる連携を深め、共同研究、セミナーを平成30年度も推進する。6月にはアメリカのボストン大学で力学系をテーマとした「ボストン慶應サマーワークショップ」を行う。今回のボストン・慶應サマーワークショップも日米の他大学

の研究者や学生達の参加を積極的に受け入れていく。イギリスで毎年行っている「UK Japan ウィンタースクール」は広い意味での幾何学(数理解物理学とも関係する幾何的研究)をテーマとして行う。またイギリス拠点との研究者派遣を通じた連携、ドイツ拠点との研究者および学生の派遣を含めた連携は、整数論を中心として行う予定である。

30年度特筆すべきこととしては、今後の本拠点の発展を見据えて、アジアにおける国際連携体制の拡充にも取り組んでいくことである。具体的には、香港の The Hong Kong University of Science and Technology を新たな拠点機関として迎え、香港での国際研究集会開催と研究者交流を計画している。また延世大学とのワークショップを日本拠点で行うことも予定している。欧米を中心に構築してきた研究協力体制を礎に、国際連携体制をアジアにも広げていくことは数理科学分野の研究推進のためには非常に有意義であると考えている。以上に加え、各拠点のコーディネーターらとの定期的な打ち合わせも今まで通り行い、さらなる連携の強化と研究の推進を図る。

#### <学術的観点>

岩澤理論とゼータ関数の特殊値の研究により、Stark 予想の一般化であるゼータ元および Stark 元の理論を構成したが、これらは Euler 系をなしている。30年度は乗法群や Artin L 関数だけでなく、楕円曲線や保型形式の L 関数、motive に伴う L 関数についても、zeta 元および Stark 元やそれがなすと思われる高階の Euler 系の理論を展開していく。また、これらがなす  $p$  進族の性質について、今まで知られているさまざまな予想との関係を中心として研究していく。ボストン大学での研究集会では、力学系を中心とした研究について成果を発表しあい、拠点の連携と共に、最先端の研究を発展させる。UK-Japan ウィンタースクールでは広い意味での幾何学をテーマとして、最新的话题を中心とした研究集会を開催する予定である。

#### <若手研究者育成>

本事業開始当初より毎年継続してきたボストン慶應サマーワークショップ、UK-Japan ウィンタースクールを今年度も開催し、力学系および幾何、解析分野の多くの若手研究者に口頭発表やポスター発表を行う機会を提供する。各拠点との継続した連携強化により、同研究集会の規模、内容ともにレベルアップしており、若手研究者らが最新の研究成果に触れ、研究討論を通して刺激し合う非常に有意義な機会となっている。また、大学院生や若手研究者の国際研究集会への派遣、国内研究集会への参加、発表など、国際性豊かな若手研究者の育成に努めた活動を積極的に行う計画である。

#### <その他(社会貢献や独自の目的等)>

これまでの本拠点の活動、特に昨年度日本で開催した大規模国際研究集会「Iwasawa 2017」の成功などにより、関連分野の研究者の中で本拠点形成事業への認知はさらに広がってきている。今年度も引き続き、活発な活動を通じて、一般社会に情報を発信する。また、国際研究集会の様子、若手研究者交流の様子なども、ホームページ等を通して一般社会に積極的に発信していく。

### 5-3 研究交流成果に対する達成度とその理由

- 研究交流目標は十分に達成された
- 研究交流目標は概ね達成された
- 研究交流目標はある程度達成された
- 研究交流目標はほとんど達成されなかった

#### 【理由】

共同研究については、イギリス拠点との連携により、ゼータ関数の特殊値と数論的对象物の間の関係について、新しい観点をを用いて、従来の理論を大きく越える予想の定式化に成功し、本事業開始当初の想定を超えた革新的な研究として大きく進展している。またドイツ拠点との連携では、代表的な成果を述べると、古典的岩澤加群についての同変岩澤主予想の新しい定式化と証明に成功したこと、混合プレクティック Hodge 構造の研究によって新谷ゼータ関数がコホモロジー類から標準的なものとしてとらえることができるようになったこと、など多くの成果をあげた。新谷ゼータ関数を幾何的にとらえるなど、数論と幾何学の融合という観点からも進歩があったと言える。また、幾何学の面ではアメリカ拠点との連携により研究が大きく進展し、ベルギー拠点との連携による非可換幾何の研究も成果をもたらし双方とも論文の完成に繋がった。このように学術的側面については、想定以上の成果をあげることができたと考えている。また、各拠点である国際的数理科学研究教育機関と、数論と幾何学を核とする様々な国際共同研究プロジェクトを展開することにより連携がさらに強化された。特に2017年度開催した「Iwasawa2017」は、世界15カ国から230名を超える研究者が参加する大規模な国際研究集会となり、国内外からきわめて高い評価を受けた。本研究集会の成功は、これまで構築してきた国際連携および日本拠点の役割の強化へと繋がったことは言うまでもない。また将来を担う若手研究者を世界的水準へと育成することも本拠点の重要な役割と捉え、事業開始当初から Boston-Keio Workshop と UK-Japan winter school を毎年開催し、著名な研究者の講演だけでなく、若手研究者の発表の機会を提供することにより活発な研究交流を推進してきた。慶應義塾大学に所属する若手研究者だけでなく、このプログラムに関係する日本の若手研究者を積極的に支援し、国際研究集会への参加や長期派遣など、充実した有意義なプログラムも数多く提供できた。以上のことから、国際連携体制の構築と世界的水準の若手研究者の育成を含む統合的数理科学先端研究拠点の形成、という目標は十分達成できたと思われる。

## 6. 研究交流成果

### 6-1 平成30年度の研究交流成果

#### ＜研究協力体制の構築＞

イギリスのウォーリック大学、キングス・カレッジ・ロンドン、アメリカのボストン大学、ドイツのレーゲンスブルク大学、デンマークのコペンハーゲン大学、イタリアのトリエステ大学、ベルギーのルーヴァン・カトリック大学、スイスのチューリッヒ工科大学、オースト

ラリアのオーストラリア国立大学、韓国の延世大学とセミナー開催や共同研究を通して、連携を深めることができた。6月にはアメリカのボストン大学で例年開催している「ボストン慶應サマークワークショップ」を行った。今年度は力学系をテーマとし、日米の他大学の研究者や学生達も多数参加したため幅広い研究交流が展開され、今後の共同研究の基盤を拡充することができた。またイギリスのリーズ大学では、変分問題と数理物理学を焦点としたトピックを選び「UK Japan ウィンタースクール」を開催した。学生のためのミニコースから先端成果についての討論まで、物理学、幾何学、解析学を中心とした研究者らの活発な相互交流が行われた。さらに新たに拠点機関となった香港科技大学と HKUST-Keio University Joint Workshop on Mathematics and Applications を開催し、双方の幅広い分野の教員による講演や研究討論と学生交流を行い、連携体制を構築した。また日本拠点で韓国の延世大学との Workshop を開催するなど、アジアでの国際連携をリードする研究拠点として協力体制を推進することができた。

### <学術的観点>

この研究が始まってから得られた新しいアイデアを適用して、Stark 予想の一般化について、組織的な研究を行った。Stark 予想は代数体の Galois 拡大の指標に伴う L 関数の  $s=0$  での値と結びつく数論的性質であるが、最終年度の今年度は、もっとずっと一般の L 関数にこの予想を一般化し、存在が予測される元 (Stark 元の一般化) の性質を詳しく調べた。数学において大変重要な対象であるゼータ関数・L 関数についての新しい理論を開拓している。もう少し具体的には、異なる整数点の間の一般化 Stark 元の間で合同式を精密に定式化した。これは、まず 19 世紀に得られた有名な Kummer の合同式を、そのもっとも簡単な場合に含んでいる。さらに、Coleman Ihara の定理、Deligne-Soule 元についての Beilinson と Huber-Wildeshaus の定理、Solomon の円単数についての定理、 $p$  進 Beilinson 予想なども、われわれの合同式の特別な場合として解釈することができた。このように、一般 Stark 元というものを定式化することによって、今まで多くの研究者が行ってきた研究を統一的に解釈することができるようになった。しかも、ある種の条件のもとには、証明することが可能となった。これは、大変大きな進歩であると考えている。さらに、保形形式に伴う表現に対しても Stark 元の類似を考え、Kato の zeta 元と比較することによって、Kato のゼータ元が今まで知られていない新しい性質を持つことを発見し、予想として定式化することに成功した。この予想は、Perrin-Riou 予想と Mazur Tate 予想 (regulator 部分も含む精密 BSD 予想) を同時に一般化する性質であり、加藤和也のゼータ元と Mazur Tate の予想が正確に結びついた (このような関係の存在・非存在を多くの研究者が重要な問題と認識していたが、私の知る限り、今まで誰も成功していなかった) ということがまず大変重要だが、さらに今までまったく関係がないと思われていた Mazur Tate 予想と Perrin-Riou 予想が結びついたことは驚きである。このことによって、Mazur Tate 予想をある条件の下に証明することができる。また、数論の最も有名な問題の一つである Birch Swinnerton-Dyer 予想に新たな観点を与えることができる。このように、ゼータ関数の数論的意味についての研究に関しては、2018 年度に大変大きな進歩があった。

次に Plectic cohomology の理論の研究における成果について述べる。総実代数体の Hecke L 関数の負の整数点での特殊値である新谷母関数を、ある種の代数トーラス上のコホモロジー類として解釈することに成功し、新谷 L 関数を標準的なものとしてとらえることができるようになった。これはこの分野の研究において、画期的なことであり、今後この分野に対する一層の発展が見込まれる。

### <若手研究者育成>

今年度も継続して若手研究者の育成に積極的に取り組み、国際協力体制の拡充に努めた。具体的には、6 月には力学系とその関連分野をテーマとしたボストン慶應ワークショップ、1 月には変分問題と数理物理学をテーマとした UK-JAPAN winter school を開催した。これらの研究集会では、大学院生など多くの若手研究者が自身の研究成果について講演やポスター発表を行うと同時に、専門的研究者からの最新の研究成果およびアドバイスを得るなど、その後の研究の発展に繋がる貴重な研究討論と国際交流が行われた。UK-JAPAN winter school については、今年度初めてリーズ大学で開催することにより、新たに英国の数学ネットワーク拠点を開拓することもできた。また、HKUST-Keio Workshop や Keio-Yonsei Workshop でも若手研究者に発表の場を多く提供した。それ以外にも、大学院生や若手研究者の国際研究集会への派遣や国内研究集会への参加、成果発表などの機会を数多く提供し、国際性豊かな若手研究者育成に大きく貢献できたと考えている。

### <その他（社会貢献や独自の目的等）>

本事業では、慶應義塾大学にとどまらず、日本の他大学の研究者に、特に若手研究者を中心として、多くのサポートを行ってきた。このこともあり、本拠点事業は数学関係者の間でよく知られるようになった。また、海外での認知度も広がっている。特に今年度は本事業に新たに参画した研究拠点との研究集会開催や、UK-JAPAN winter school の新たな場所での開催など、関連分野の研究者の中で国際的認知度も高まってきている。このような研究集会の様子、若手研究者交流の様子などをホームページ等を通じて、一般社会にも積極的に発信することに努めた。

## 6-2 全期間にわたる研究交流成果

### (1) 国際研究交流拠点の構築

① 日本側拠点機関の実施体制（拠点機関としての役割・国内協力機関との協力体制等）  
コーディネーターの栗原将人は、数論を核とした統合的数理科学先端研究拠点の形成と世界水準の若手研究者育成を主軸に本事業全体を統括し事業展開を図ってきた。そして共同研究の各テーマの代表者である坂内健一、井関裕靖をはじめとする本拠点の研究メンバーや、協力機関の大阪大学に研究メンバーらの協力と積極的な研究活動により、想定以上の成果を生み出し、充実した研究者育成を行うことができた。今後も引き続き、日本国内においても存在意義のある国際的研究教育拠点として、既存枠にとられない異分野融合による数理科学の進化を推進したいと考える。そのための協力体制を構築することができたと考

えている。

## ② 相手国拠点機関との協力体制（各国の役割分担・ネットワーク構築状況等）

イギリス拠点（ウォーリック大学、キングス・カレッジ・ロンドン）、アメリカ拠点との緊密な連携のもと、毎年研究集会を開催し、多くの若手研究者や大学院生を派遣して、彼らの研究成果発表を支援し、国境を越えた研究者交流を行う機会を提供してきた。

イギリスの両拠点は数論、代数幾何学、力学系、確率解析など数理科学研究で高い評価を受けている研究機関であり、優秀な研究者も多いことから本拠点との共同研究も極めて順調に進み、素晴らしい研究成果を得ることができ、論文もいくつか完成している。初年度には、ウォーリック大学の研究メンバーであった M. Heirer がフィールズ賞を受賞し、その直後に本事業が開催する研究集会で講演を行った。翌年には来日し、幾何学、確率解析に関して直接研究討論を行い、共同研究をさらに推し進めた。

最終年度にあたる今年度は、コーディネーターの栗原がイギリス拠点を訪問し、今後の協力体制の維持と更なる発展について打ち合わせを行った。

ボストン大学は特に数論および幾何学研究において国際的に高いレベルの研究を行っている研究機関であり、前述の研究集会開催以外にも、岩澤理論に関する共同研究の遂行に大きな役割を果たした。コーディネーターの S.Rosenberg が初年度（平成 26 年度）と 3 年目の 28 年度に来日し、研究計画の詳細についての打合せを行った結果、共同研究も加速した。本事業開始後、Boston-Keio summer workshop の規模は大幅に拡大しており、全米で認知されるような大規模な summer workshop になっている。

コペンハーゲン大学とは、非可換幾何学、作用素環の分野で連携し、研究交流を行い、共同研究を進めることができた。

トリエステ大学は数理物理の分野において、イタリアを代表する機関であり、27 年度は数名の教員および大学院生を派遣し、力学系を中心とした共同研究を行った。28 年度にはコーディネーターの G.Landi が来日して綿密な協議を行い、協同研究を推進した。

ルーヴァン・カトリック大学とは、非可換幾何学を中心とした共同研究を進めており、海外の研究集会に本拠点メンバーと参加して研究交流を行った。また 27 年度には研究メンバーが来日し、情報交換・進捗状況の確認等を行い、研究を加速した結果、共同研究が促進され、共著論文を出版することできた。

チューリッヒ工科大学は、リスク理論、数値解析、確率論等の分野を中心とした高度な研究活動レベルを有する機関である。27 年度には本拠点の大学院生を長期派遣し、共同研究を遂行した。28 年度にはコーディネーターの P.Embrechts が来日し、共同研究に関する研究討論を集中的に行った。その後も若手研究者の派遣を含む活発な研究交流が進み、共同研究が加速し、論文を発表した。

オーストラリア国立大学とは、時差がない利点、言語が英語である利点などを生かし、非可換幾何学およびデータサイエンスなどの分野でインターネットを中心とした研究交流を行った。

レーゲンスブルク大学は、コーディネーターがポリログの世界的権威とも言える研究者で

あり、その他にも岩澤理論の第一人者が多く所属する一流の研究機関である。コーディネーターの G.Kings は初年度に来日し、27 年度には本拠点コーディネーターの栗原とともに、イギリスの研究集会に参加して研究交流を行った。またポリログの研究を中心とした坂内との共同研究の進展に、極めて重要な役割を果たしている。さらに若手研究者の相互派遣により、活発な研究交流を行った結果、混合プレクティック Hodge 構造の対象を具体的に記述することに成功した。

延世大学は、数論および確率論の分野において、高度な研究交流を行うことができる韓国を代表する研究機関の 1 つである。時差もなく、距離も近いことから、整数論を中心として順調に共同研究を遂行しており、30 年度には日本で研究集会を開催し、今後の協力体制に関する協議も行った。

また新たな拠点機関の香港科学技術大学とは香港で国際研究集会を開催し、学生交流も行うなど、今後の本拠点の発展を見据えたアジアでの国際連携体制の拡充に取り組むことができた。

以上のように、各拠点機関との連携のもと、共同研究および若手研究者育成活動を極めて順調に遂行することができ、今後も持続可能な強固なネットワークと研究教育体制が確立できた。

### ③ 日本側拠点機関の事務支援体制（拠点機関全体としての事務運営・支援体制等）

コーディネーターの栗原がセンター長を務める慶應義塾大学統合数理科学研究センター(最終年度は名称が変わって先端数理科学研究センター)および慶應義塾大学理工学部学術研究支援課が事務運営のサポート体制を構築し、支援の体制は万全であったといえる。

また、国際的にも注目される研究拠点を形成する本事業は学内での評価も高く、数理科学研究拠点として大学側から十分な支援を受け、事業を運営することができた。

## (2) 学術的観点

まずイギリス拠点との共同研究について述べる。ゼータ関数・L 関数の整数での値がどのような数論的な量を表しているか、また数論的な加群の構造がゼータ関数・L 関数の整数での値でどのように記述されるか、という問題は、現代整数論の大問題であり、Gauss, Dirichlet にさかのぼる約 200 年の歴史を持ち、多くの研究が行われてきた。この大問題に、新しいアプローチを用いて大きな成果を得ることができた。上記のように L 関数の値についての問題を大きくとらえると、20 世紀の数学では Deligne Beilinson 予想、Bloch Kato 予想という大予想が定式化されて、これらの予想を含む形で同変玉河数予想が定式化され、これがひとつの頂点であった。一方、もう少し具体的な単数群や  $s=0$  での整数点での値については、Stark 予想という予想があり、やはり 20 世紀の数学の大問題である類体の構成問題ともかかわって非常に重要な予想であった。われわれは、まず同変玉河数予想と Stark 予想を自然で簡明な形で結びつけることに成功した。もう少し詳しく述べると、同変玉河数予想が述べるゼータ元は大変抽象的な元であるが、それと Stark 予想が述べる具体的な Stark 元との間の関係を簡明な形で記述することに成功した。そして、このことから今まで

知られていなかった多くの結論を導き出した。まず、Weil étale cohomology 群の Galois 加群としての構造が Stark 元を用いて記述されることであり、このことをイデアル類群や単数群に適用して、今まであったいくつかの予想をわれわれの予想から導き、またある場合にはそれらの予想を証明した。つまり、われわれの予想により、多くの予想を有機的に結びつけることに成功した(論文リストの論文[8], [1])。また上記のアイデアを用いて、Stark 元の理論を一般の  $p$  進表現に一般化することに成功した(Stark 予想の一般化)。これらの元は整性(integrality)を持ち、この予想が述べる元の間、合同式が存在することを正確に定式化し、これが今までさまざまな研究者が研究していた性質や予想を含むことを証明した(論文リストの論文[27], 下の論文[A])。また岩澤主予想を、一般 Stark 元を用いて一般化した(論文リストの論文[15])。保形形式に伴う加藤和也のゼータ元についての新しい性質を定式化し、これと Perrin-Riou 予想と Mazur Tate 予想(regulator 部分も含む精密 BSD 予想)との関係を証明することができた(下の論文[B])。また、高階の Euler 系理論の構築にも貢献した。以上のように、ゼータ元と Stark 元という観点からのわれわれの新しい理論は、ゼータ関数の値に関連する元について、今まで個々の研究者が提出していたさまざまな予想をすべて含むという意味で、統一理論になりつつある(なおここに記述した以外の論文も執筆されている)。

ドイツ拠点との間では、総実代数体上の古典的岩澤加群に対する同変岩澤主予想を構築し、証明した(論文リストの論文[9],[26])。同変玉河数予想が  $L$  関数の値に適するように数論的加群を修正しているのに対して、古典的岩澤加群を使った初めての同変理論を完成させた。また、Plectic cohomology の理論の研究を行い、新谷  $L$  関数を、代数トラス上のコホモロジー類として解釈することに成功し、今までの理論では非標準的に記述されていたゼータ関数の特殊値の表示を、標準的なものとしてとらえることができるようになった(論文[28]参照)。

幾何学の面では、アメリカ拠点の Rosenberg と前田による Riemann 多様体のループ空間の特性類および Chern-Simons 類の理論についての研究も大きく進展した(論文[2])。また、ベルギー拠点の Bieliavsky と前田による非可換幾何に関する研究も進展し、論文[3]の完成につながった。

[A] D. Burns, M. Kurihara and T. Sano, On  $p$ -adic families of special elements for rank one motives, preprint.

[B] D. Burns, M. Kurihara and T. Sano, On derivatives of Kato's Euler systems I, II, preprint.

### (3) 若手研究者育成

まず特筆すべきことは、慶應義塾大学と大阪大学の学生だけでなく、他大学の学生もこの拠点テーマの研究に役立つと判断した場合には積極的に支援を行ったことである。大学の垣根を越えて、研究教育活動を行うことにより、日本における数理科学の国際研究拠点として、国際性豊かな次世代の若手研究者の育成に力を注いだ。

上の学術的観点で記述した論文[8], [15], [27], [A], [B]は国際共同研究であるが、本事業

資金開始時点では大学院生であった佐野が重要な役割を果たしている。また、[26]も国際共同研究であり、やはりこの当時大学院生であった時尾が参画している。このように若手研究者が明確な成果をあげている。

研究開始当初より、常に若手研究者育成を意識して活動してきた。毎年開催しているポストンでの Boston-Keio Summer Workshop はアメリカ全体から参加者が集まる活発な研究集会へと成長し UK-Japan winter school は最終年度にリーズ大学で開催するにより新たな数学教育ネットワークが拡大し、英国でも周知されるスクールへと発展した。これらの研究集会に加え、平成 26 年度開催の整数論に関する国際研究集会、平成 27 年度開催の岩澤理論に関する国際研究集会には多くの学生を派遣し、国際的な体験をさせることができた。単に講演に出席するだけでなく、さまざまな研究者と議論をすることも積極的に奨励し、実行することができた。参加学生全員が口頭発表もしくはポスター発表を行った研究集会も多数ある。以上により、多くの学生が貴重な国際的な体験を積んだ。さらに帰国後、これらの学生全員と教員による「反省会」を開催し、自らの体験について発表し、率直な意見交換を行った。改めて自らの体験を検証することで問題点や課題を見出し、それらを同じフィールドの研究者と共有・議論することは、研究者としての成長過程において非常に有意義であったと考える。また若手研究者を長期派遣し共同研究を推進した結果、その研究成果を論文として発表することもできた。その他、短期的に若手研究者の受入および派遣も行った結果、研究者交流がより活性化し、影響や刺激を及ぼし合いながら良好な環境が形成された。将来を担う若手研究者の交流およびその育成という観点から、有意義なプログラムを行うことができたと考えている。

#### (4) 社会貢献や独自の目的等

これまでの本拠点の活動により、数学関係者の間で本拠点形成事業はかなり知られるようになってきている。特に 2017 年度は大規模国際研究集会「Iwasawa2017」を日本で開催したこともあり、関連分野の研究者の中で国際的な認知がさらに広がったと言える。その結果、本事業への参画を希望する研究機関も出現し、アジアにおける新たな国際展開を生み出すことができた。欧米を中心に構築してきた研究協力体制を礎に、独自の国際連携体制をアジアにも広げていくことは数理科学分野の研究推進のためには非常に有意義であると考えている。数理科学研究分野をクロスオーバーさせ研究連携を図り、数学・数理科学統合研究拠点として、長期的視点と明確な理念に基づいた研究活動を継続していくという目的はある程度実現できている。そして本研究から生み出された数学理論や数学手法が、様々な科学分野に応用されることで社会に貢献できることが最終目標であると考えている。

#### (5) 予期しなかった成果

研究面では予期しなかった方向に研究が発展した。たとえば、加藤のゼータ元と Mazur Tate 予想(regulator 部分も含む精密 BSD 予想) との間の直接的な関係を最近得たが、これなどは、研究開始当時はまったく想像していなかった。Darmon 予想の一般化と Stark 元の性質を詳しく調べ一般化したことによって、これらの結果にたどり着くことができた。また、

Plectic cohomology 論では、新谷 L 関数が標準的なもので記述できるという予期せぬ結果が得られた。このように研究面では想定以上の大きな進展があった。

学生の海外派遣に関しては、多くの学生に国際的経験を積ませることができ、その波及効果も大きく、慶應義塾大学理工学部数理科学科全体が常時国際的な雰囲気を持つようになった。もちろん、拠点形成資金とは関連しない海外からの訪問研究者も多いのだが、それを考慮したとしても、数理科学科の学生全体および若手研究者達の意識をこのように国際的なものに変革できたという点は想定以上の成果であり、この拠点形成資金に感謝している。

#### (6) 今後の課題・問題点及び展望

本事業開始当初より、類体論・岩澤理論・数論幾何・ポリログ・超越数論にまたがる大問題を研究し、さまざまな分野にかかわるこれらの問題の研究を世界的な連携を行って推進してきた。特に整数論、数論幾何を中心として、当拠点は世界的に高い評価を得ている。また、大域幾何学、非可換幾何学、微分幾何学、トポロジーなど幾何学分野についても、順調に国際的連携を展開することができた。このように数論と幾何学を軸として、数理科学分野の有機的融合を推し進め、強固な国際連携ネットワークを構築することができた。本課題終了後も、数論、数論幾何、非可換幾何学の世界レベルの研究拠点として、その研究活動を継続し、また数学・数理科学の発展のために不可欠な分野横断的な研究活動を行っていく予定である。

また研究教育活動についても、若手研究者の派遣や大小さまざまなワークショップの開催、国際研究交流や指導など数多くの国際交流プログラムを実施してきた。このような地道な活動の結果、根太い数理科学教育ネットワークを確立することができたと考えている。問題点であった若手研究者のプレゼンテーションスキルについても、反省会の開催が若手研究者の意識の向上に大きく役立ち、改善に繋がった。本事業終了後は、資金面が問題となるが、国際的視野を持つ次世代の若手研究者を育成することは極めて重要なことであり、そのためにもこの体制を維持・発展していく必要があると考えている。

## 7. 平成30年度及び全期間にわたる研究交流実績状況

### 7-1 共同研究

整理番号	R-1	研究開始年度	平成26年度	研究終了年度	平成30年度
共同研究課題名	(和文) 岩澤理論とゼータ関数の特殊値 (英文) Iwasawa theory and special values of zeta functions				
日本側代表者 氏名・所属・職名・ 研究者番号	(和文) 栗原将人・慶應義塾大学・教授 (1-1) (英文) Masato KURIHARA・Keio University・Professor (1-1)				
相手国側代表者 氏名・所属・職名・ 研究者番号	(英文) David BURNS・King's College London・Professor (3-2) Robert POLLACK・Boston University・Associate Professor (4-6) Guido KINGS・Universitat Regensburg・Professor (10-1)				
30年度の研 究交流活動及び得 られた成果	<p>同変玉河数予想が述べるゼータ元と Stark 予想の一般化について、組織的な研究を行った。特に、L 関数の整数点での値に対応する Stark 元がどのような合同式を満たすか、ということについて精密な予想を定式化し、今まで知られていた多くの定理が、そこから導かれることを証明した。栗原がドイツの Muenster 大学で 2018 年 4 月に行われた数論幾何の国際研究集会に参加して、上記の性質について講演し、共同研究者の Kings と討論を行って、研究の発展のために有益な示唆を得た。また、栗原は Heidelberg 大学で行われた岩澤理論の国際研究集会でも上記の性質に加えて、多変数岩澤加群の構造について講演し、参加者と有益な討論を行うことができた。さらに、栗原はドイツ拠点の Greither を訪問して、同変岩澤主予想について、共同研究を行った。特に CM 体の岩澤加群の Fitting イデアルに関して、拡大が <math>p</math> 以外でも分岐を持つ場合について、研究した。また、イギリス拠点の Burns が慶應義塾大学を訪問して、上記の整数点に対応する Stark 元の間合同式のさらなる発展について、栗原と共同研究を推し進めた。また、ゼータ元の理論を楕円曲線の場合に一般化する研究を開始した。そして、栗原がイギリス拠点の Burns を訪問して、楕円曲線のゼータ元の理論について共同研究を進め、ゼータ元の間まったく新しい関係式を発見し、予想として定式化した。これは、今までまったく関係がないと思われていた Perrin-Riou 予想と Mazur-Tate 予想 (regulator 部分も含む精密 BSD 予想) を同時に一般化する性質であり、Birch Swinnerton-Dyer 予想への応用など、多くの応用が見込まれる。</p> <p>【派遣】 イギリス： 1名、8日間、 ドイツ： 2名 31日間、                      【受入】 イギリス： 1名、4日間</p>				

<p>全期間にわたる研究交流活動及び得られた成果の概要</p>	<p>アメリカ拠点とは、<math>p</math> 進 variation についての国際研究集会、<math>L</math> 関数についての国際研究集会、岩澤理論についての国際研究集会、および Boston Keio summer workshop に参加することによって共同研究を推進した。栗原と Chan-Ho Kim との超特異還元を持つ楕円曲線の岩澤理論についての共同研究も Boston 大学で行われた研究集会を契機として始まった。また多くの若手研究者をこれらの国際研究集会に派遣して、国際的な体験をさせることにより、国際性豊かな若手研究者の育成に貢献した。ドイツ拠点との共同研究は、栗原と Greither が同変岩澤主予想の研究を行い、途中からは当時大学院生だった時尾もこの共同研究に加わって、2編の論文を完成させることができた。また、特任助教の野村次郎と研究員の村上和明がドイツ拠点を訪問して、Greither からの助言と示唆をもらうことにより、それぞれ論文を完成させることができた。最後に最も重要なイギリス拠点との共同研究について述べる。ゼータ関数の値と対応するゼータ元、Stark 予想とその一般化についての理論の共同研究を栗原、研究開始の5年前は慶應義塾大学の大学院生で現在は大阪市大の准教授である佐野昂迪、およびイギリス拠点キングス・カレッジ・ロンドンの Burns の3人で行った。Stark 予想はゼータ関数の値と対応する代数的な元の存在についての予想であるが、この予想およびその一般化、精密化に関して多くの成果が得られた。Stark 元の整性(integrality)を知ることはきわめて重要なことであるが、われわれの共同研究によって、ゼータ元の観点から Stark 元およびその一般化された元の整性を統一的に理解し、一般化・精密化することによって、岩澤主予想を含むような大きな枠組みの中で、この整性の意味を明らかにすることに成功した。こうして、イデアル類群やある種のコホモロジー群のガロア加群としての様子、Stark 元一般化の間の合同式、同変玉川数予想との関係、保形形式に関する加藤のゼータ元間の新しい関係、など数論的な元間の新しい性質を見出し、既存の理論を大きく刷新する理論を構成することができた。現在、3つの論文が出版され(出版予定1編を含める)、さらに(少なくとも)3つの論文が準備されている。また、イギリス拠点のキングス・カレッジ・ロンドンで行われた国際研究集会 Iwasawa 2015 および日本の東大で行われた国際研究集会 Iwasawa 2017 では、われわれの共同研究について講演し、集まった多くの研究者達と議論を行い、研究を進展させることができた。</p> <p><b>【派遣】</b></p> <p>イギリス： 5名、206日間、 アメリカ： 4名、46日間、  ドイツ： 5名 95日間、 カナダ： 2名 64日間、  スペイン： 4名、30日間、 フランス： 1名、4日間、</p>
---------------------------------	--

	ポーランド： 1名、8日間,
--	----------------

整理番号	R-2	研究開始年度	平成26年度	研究終了年度	平成30年度
共同研究課題名	(和文) Eisenstein 類とポリログの研究 (英文) Eisenstein classes and polylogarithm				
日本側代表者 氏名・所属・職名・ 研究者番号	(和文) 坂内健一・慶應義塾大学・准教授 (1-3) (英文) Kenichi BANNAI・Keio University・Associate Professor (1-3)				
相手国側代表者 氏名・所属・職名・ 研究者番号	(英文) Guido KINGS・Universitat Regensburg・Professor (10-1)				
30年度の研究 交流活動及び得 られた成果	<p>平成30年度には、相手国側メンバーである Veronika Ertl が引き続き慶應大学を4月から7月まで訪問し、日本側メンバーの山田一紀とともに共同研究を行い、サントミックコホモロジーに関する基本理論を整備することに成功した。この結果は論文としてまとめられて、現在学術誌に投稿中である。また、日本側メンバーは引き続き、慶應義塾大学で定期的にプレクティックセミナーを開催し研究を推し進め、乗法群の直積の場合のポリログの Hodge 実現を、昨年度に開発した対数 Dolbeaut 複体を用いて具体的に記述することに成功した。この成果は論文としてまとめ、現在投稿中である。</p> <p>この研究を行うことを通して、特に総実代数体の Hecke L 関数の負の整数点での特殊値である新谷母関数を、ある種の代数トーラス上の標準的なコホモロジー類として解釈することに成功した。総実代数体の場合、このような母関数は1970年代に新谷により研究されており、長年ずっと非標準なものとして捉えられてきた。しかし関数ではなくコホモロジー類を考へることにより、標準的なものが現れることを発見した。この発見はこの分野で極めて画期的なことである。この論文は、現在論文にまとめている途中である。</p> <p>【受入】ドイツ： 1名、45日間</p>				
全期間にわたる 研究交流活動及 び得られた成果 の概要	若手研究者を中心に活発な研究者交流を行った。初年度である2014年度の4月に、相手国のコーディネーターである Guido Kings 教授が慶應を訪問して直接議論を行った。また坂内は、2014年7月に Oberwolfach と Regensburg、2015年7月にロンドン、2016年3月に Regensburg を訪問し、Kings 教授とその機会に直接、議論を行った。その後、研究交流は主に				

	<p>Regensburg の Veronika Ertl とこちらの山田一紀の間で行われる様になり、2016年4月に山田が Regensburg を、2017年4月から2018年7月まで Ertl が慶應を訪問した。</p> <p>本来は、総実代数体の L 関数の値を研究するにあたり、ポリログと Eisenstein 類との関係を主軸に研究を進める予定であったが、研究を開始した初期からプレクティック構造という新しい概念を用いた手法が有望であることに気がつき、ある種の代数トーラス上のプレクティックポリログを考える方向に、研究の目的を変えた。特に日本側研究者の間ではプレクティックに関する勉強会を複数開きながら、Regensburg 側と共同研究を進めた。得られた成果としては、まずはプレクティック Hodge 構造の基礎を確立することができた。この成果は Category of Mixed Plectic Hodge Structure という論文にまとめられ、受理決定された。また、乗法群のポリログを具体的に決定することに成功し、論文にまとめた。この論文は現在投稿中である。これらの研究から、特に総実代数体の Hecke L 関数の負の整数点での特殊値である新谷母関数を、ある種の代数トーラス上の標準的なコホモロジー類として解釈することに成功した。長年ずっと非標準なものとして捉えられてきた関数が、コホモロジー類として捉えることで標準的なものとして捉えられるという画期的な知見により、ポリログの研究とコーディネーターの栗原将人の共同研究 (R-1) を大きく進展させる可能性が出てきており、今後、この分野に対する一層の発展が期待される。</p> <p>【派遣】 イギリス： 1名、8日間、 ドイツ： 4名 49日間、  【受入】 ドイツ： 1名、45日間</p>
--	--

整理番号	R-3	研究開始年度	平成26年度	研究終了年度	平成30年度
共同研究課題名	(和文) 大域解析手法による先端幾何学研究 (英文) Cutting edge researches in geometry using the method of global analysis				
日本側代表者 氏名・所属・職名・ 研究者番号	(和文) 井関裕靖・慶應義塾大学・教授 (1-4) (英文) Hiroyasu IZEKI・Keio University・Professor (1-4)				
相手国側代表者 氏名・所属・職名・ 研究者番号	(英文) Miles REID・University of Warwick・Professor (2-1) Paul EMBRECHTS, ETH Zurich・Professor (8-1) Ryszard NEST・University of Copenhagen・Professor (5-1) Alan CAREY・Australian National University・Professor (9-1) Giovanni LANDI・University of Trieste・Professor (6-1)				

	<p>Steven ROSENBERG・Boston University・Professor (4-1)</p> <p>Pierre BIELIAVSKY・Universite catholique de Louvain・Professor (7-1)</p>
<p>30年度の研 究交流活動 及び得られ た成果</p>	<p>今年度は、ボストン大学とは力学系を主要なテーマとし、力学系の大域的解析、ハミルトン力学系、カオスなど、力学系数理分野における幅広いトピックを扱う研究集会を開催した。具体的には、慶應義塾大学以外の若手研究者も派遣し、参加した若手研究者全員に発表の機会を設け、お互いの研究成果を確認すると同時に情報交換を行った。今後の研究の新たな方向性やアプローチを導くよい機会となった。また、幾何学および数理物理学をテーマとしたUK-Japan Winter Schoolも開催した。今年度は物理学、幾何学、解析学を中心として、第一線の研究者による講義と、若手研究者も含めた幅広い研究者による研究発表を行うことにより、関係研究者たちの相互交流と今後の共同研究についての基盤ができた。日本および英国からの学生や若手研究者も積極的に参加することにより、日本および英国で周知されるスクールへ発展している。</p> <p>【派遣】イギリス： 5名、43日間 【受入】フランス： 3名、21日間</p>
<p>全期間にわた る研究交流活 動及び得られ た成果の概要</p>	<p>大域解析学の手法を用いて、先端的な幾何学の共同研究を行い、非可換幾何学、離散群の剛性、力学系理論、グラフの作用素環理論などについて、多様な研究成果を得ることが出来た。また、力学系の大域的解析、ハミルトン力学系、シンプレクティック幾何学、量子力学系、カオスなど力学系と幾何学に基づく研究を多角的に捉えた共同研究を推進し、多種多様なアプローチを通して先端幾何学の新たな展開を探る研究を進めることができた。具体的には、Riemann 多様体のループ空間の特性類および Chern-Simons 類の理論についての研究、および star 積に関する非可換幾何の研究が進展し、論文の完成につながった。また、上述のセミナー開催の継続や活発な研究交流は、研究者相互の研究進展のための国際連携をより強固なものとし、国際性豊かな若手研究者育成のための国際協力体制を築き上げた。</p> <p>【派遣】 アメリカ： 2名、12日間, ベルギー： 3名、20日間, ドイツ： 2名 16日間, スイス： 1名、5日間, イタリア： 1名、9日間, デンマーク： 1名、7日間 オランダ： 1名、8日間, フランス： 2名、21日間,</p>

## 7-2 セミナー

### (1) 平成30年度セミナー実施状況

整理番号	S-1
セミナー名	(和文) 日本学術振興会研究拠点形成事業「ボストン慶應サマーワークショップ2018」 (英文) JSPS Core-to-Core Program “BOSTON UNIVERSITY/KEIO UNIVERSITY WORKSHOP 2018 Dynamical Systems”
開催期間	平成30年6月25日～平成30年6月29日(5日間)
開催地(国名、都市名、会場名)	(和文) 米国、ボストン、ボストン大学 (英文) U. S. A., Boston, Boston University
日本側開催責任者 氏名・所属・職名・研究者番号	(和文) 高橋博樹・慶應義塾大学・准教授(1-17) (英文) Hiroki Takahasi・Keio University・Associate Professor(1-17)
相手国側開催責任者 氏名・所属・職名・研究者番号(※日本以外での開催の場合)	(英文) Steve Rosenberg・Boston University・professor(4-1)

### 参加者数

派遣先 派遣元	派遣先	セミナー開催国 (アメリカ)		備考
		A	B	
日本	A.	13	104	
	B.	2		
アメリカ	A.	7	35	
	B.	15		
合計 <人/人日>	A.	20	139	
	B.	17		

A. 本事業参加者(参加研究者リストの研究者等)

B. 一般参加者(参加研究者リスト以外の研究者等)

※人/人日は、2/14(=2人を7日間ずつ計14日間派遣する)のように記載してください。

※日数は、出張期間（渡航日、帰国日を含めた期間）としてください。これによりがたい場合は、備考欄にその内訳等を記入してください。

セミナー開催の目的	本拠点とボストン大学を中心とした日米の研究者および学生の参加によるセミナーであり、毎年テーマを変えて、夏にボストン大学で行われているものである。平成 30 年度は、力学系とその関連分野をテーマとして行う。慶應義塾大学、東京工業大学などの教員による講演とともに、大学院生による自身の研究成果に関する講演も多数設ける。本セミナーの開催は、力学系とその関連分野の最新の成果や情報を得ることが最大の目的であるが、同時に大学院生に国際的な育成の場を与えることも大きな目標のひとつである。		
セミナーの成果	米側からは Boston 大学の研究者を主体とする 13 の講演、日本側から慶應義塾大学、東京工業大学、一橋大学、京都大学の研究者・学生による 15 の講演、さらには Israel からの講演者もあり、一週間に渡って国際色豊かに活発な議論が行われた。講演内容は力学系関連分野とはいえ、偏微分方程式、群作用から数論的力学系、機械学習まで実に幅広く、力学系分野の学際性を改めて認識することができる研究集会となった。また、日本から参加した大学院生は全員、講演だけでなくポスターセッションでの発表も行い、貴重な国際経験を積むことができた点も重要な成果と言える。		
セミナーの運営組織	組織委員 日本側：高橋博樹（慶應義塾大学） 米国側：Steve ROSENBERG（Boston University）		
開催経費 分担内容 と金額	日本側	内容 外国旅費	金額 4,049,630 円
	(米国) 側	内容 国内旅費	/
	( ) 側	内容	/

整理番号	S-2
セミナー名	(和文) 日本学術振興会研究拠点形成事業「香港科技大-慶應 workshop」
	(英文) JSPS Core-to-Core Program “HKUST-Keio workshop”
開催期間	平成 30 年 11 月 22 日 ～ 平成 30 年 11 月 23 日 (2 日間)
開催地(国名、都市名、会場名)	(和文) 香港科学技術大学
	(英文) The Hong Kong University of Science and Technology
日本側開催責任者 氏名・所属・職名・研究者番号	(和文) 田村明久・慶應義塾大学・教授 (1-6) (英文) Akihisa Tamura・Keio University・Professor(1-6)
相手国側開催責任者 氏名・所属・職名・研究者番号 (※日本以外での開催の場合)	(英文) WANG, Xiao-Ping・香港科学技術大学・Professor (12-1)

#### 参加者数

日本	A.	11 / 43	
	B.		
( 香港 )	A.	15 / 30	
	B.		
合計 〈人／人日〉	A.	26 / 73	
	B.	0	

A. 本事業参加者 (参加研究者リストの研究者等)

B. 一般参加者 (参加研究者リスト以外の研究者等)

※人／人日は、2 / 14 (= 2 人を 7 日間ずつ計 14 日間派遣する) のように記載してください。

※日数は、出張期間 (渡航日、帰国日を含めた期間) としてください。これによりがたい場合は、備考欄にその内訳等を記入してください。

セミナー開催の目的	<p>香港科学技術大学との連携の第一歩として、この <b>workshop</b> を行う。双方の教員 5 名ずつの教員が、専門分野外の人達にもわかるような <b>Introductory</b> な講演を行う。慶應の大学院生および若手研究者も出席し、双方の学生間の交流も行う。この <b>workshop</b> 開催により、両大学の連携を更に深め、継続して若手研究者や学生の交流、共同研究などを行いたいと考えている。</p>		
セミナーの成果	<p>さまざまな分野の研究者が、他分野の研究者にもわかるような講演を行ったことにより、お互いの大学にどのような研究者がいて、どのような研究を行っているかがわかる貴重な場を提供することができた。また、専門分野を越えて他分野を理解するよい機会を提供することができた。海外の研究集会へに参加が初めての大学院生も多く参加し、国際的な体験の第一歩となる貴重な経験を提供することができた。今まで、この拠点形成事業では、欧米との連携を中心に行ってきたが、今年からアジアとの交流も拡大することにした。香港科技大との交流は、アジアでの拠点を構築する貴重な機会となり、このことも重要な成果であるとする。</p>		
セミナーの運営組織	<p>組織委員          日本側：田村明久（慶應義塾大学）          栗原将人（慶應義塾大学）          香港側：WANG, Xiao-Ping（香港科学技術大学）</p>		
開催経費 分担内容 と金額	日本側	内容 外国旅費	金額 1,605,140 円
	(香港) 側	内容 会場費	
	側	内容	

整理番号	S-3
セミナー名	(和文) 日本学術振興会研究拠点形成事業「慶應・延世数論ワークショップ 2018」
	(英文) JSPS Core-to-Core Program “Keio-Yonsei Number Theory Workshop 2018”
開催期間	平成 30 年 12 月 7 日 ~ 平成 30 年 12 月 8 日 (2 日間)
開催地(国名、都市名、会場名)	(和文) 日本、横浜、慶應義塾大学
	(英文) Japan, Yokohama, Keio University
日本側開催責任者 氏名・所属・職名・研究者番号	(和文) 栗原将人・慶應義塾大学・教授 (1-1)
	(英文) Masato KURIHARA・Keio Univeristy・Professor(1-1)
相手国側開催責任者 氏名・所属・職名・研究者番号 (※日本以外での開催の場合)	(英文) Soogil, SEO・Yonsei University・Professor (11-2)

#### 参加者数

派遣先 派遣元		セミナー開催国 ( 韓国 )		備考
		A.	B.	
日本	A.	21 / 40		
	B.			
韓国	A.	4 / 12		
	B.			
合計 〈人／人日〉	A.	25 / 52		
	B.	0		

A. 本事業参加者 (参加研究者リストの研究者等)

B. 一般参加者 (参加研究者リスト以外の研究者等)

※人／人日は、2 / 14 (= 2 人を 7 日間ずつ計 14 日間派遣する) のように記載してください。

※日数は、出張期間 (渡航日、帰国日を含めた期間) としてください。これによりがたい場合は、備考欄にその内訳等を記入してください。

セミナー開催の目的	延世大学と慶應義塾大学との今までの連携をさらに深めるために、慶應・延世 <b>workshop</b> を行う。すべての分野を対象とするのではなく、本拠点事業の中心である整数論に焦点をしばって、整数論、特に代数的整数論の最新的话题を中心とした専門的なワークショップを行う。このワークショップ開催は、専門的な研究の発展を目的とすると同時に、日本拠点と韓国拠点との連携を強化し、学生や若手研究者の交流も促進させることが目的である。		
セミナーの成果	延世大学と慶應義塾大学とのワークショップを数論分野に限定して行うことにより、お互いの大学で数論を専攻する教員および学生間の交流を促進させることができた。慶應義塾大学と延世大学を日本拠点と韓国拠点として、これからさらなる発展を目指すとき、それぞれ国際的研究を推進している数論分野を中心にして交流を行うことが望ましいと考える。その意味で、今回のワークショップは、これからの拠点としての発展を見据えた、貴重な機会を提供するものであった。実際に、この拠点形成資金が終了した後にも、このような拠点間のワークショップを行うことを合意し、今後の継続も視野に入れた将来の発展の基礎を築くことができた。		
セミナーの運営組織	<p>組織委員</p> <p>日本側：栗原将人（慶應義塾大学） 坂内健一（慶應義塾大学）</p> <p>韓国側：Soogil, SEO（Yonsei University）</p>		
開催経費 分担内容 と金額	日本側	内容 会合費	金額 13,310 円
	(韓国) 側	内容 外国旅費	/
	( ) 側	内容	/

整理番号	S-4
セミナー名	(和文) 日本学術振興会研究拠点形成事業「日英ウィンタースクール」
	(英文) JSPS Core-to-Core Program "UK-Japan Winter school"
開催期間	平成 31 年 1 月 7 日 ~ 平成 31 年 1 月 10 日 (4 日間)
開催地(国名、都市名、会場名)	(和文) 英国、リーズ、リーズ大学
	(英文) UK, Leeds, Leeds University
日本側開催責任者 氏名・所属・職名・研究者番号	(和文) 井関裕康・慶應義塾大学理工学部・教授 (1-4) Guest, Martin・早稲田大学基幹理工学部・教授 (1-109)
	(英文) Hiroyasu IZEKI,・Keio University・Professor(1-4) Guest Martin,・Waseda University・Professor(1-109)
相手国側開催責任者 氏名・所属・職名・研究者番号 (※日本以外での開催の場合)	(英文) J.C. WOODS・Leeds Universtiy・Professor (3-12) J. BERNDT・Kings College London・Professor (3-13)

#### 参加者数

派遣先 派遣元		セミナー開催国 (イギリス)		備考
		A.	B.	
日本	A.	5/	43	
	B.	4		
イギリス	A.	5/	20	
	B.	23		
合計 〈人／人日〉	A.	10/	63	
	B.	27		

A. 本事業参加者 (参加研究者リストの研究者等)

B. 一般参加者 (参加研究者リスト以外の研究者等)

※人／人日は、2／14 (= 2人を7日間ずつ計14日間派遣する) のように記載してください。

※日数は、出張期間 (渡航日、帰国日を含めた期間) としてください。これによりがたい場合は、備考欄にその内訳等を記入してください。

セミナー開催の目的	<p>本年度は幾何学および数理物理学ををテーマとしたセミナーを行う。特に、積分可能系に関わる代数学、幾何学と物理学を中心として、その現在の課題について、第一線の研究者による講義と、若手研究者も含めた幅広い研究者による研究発表を行う予定である。若手研究者や学生に発表や討論を積極的に促し、国際的な経験を積ませるといった目的もある。今年度は若手研究者を例年よりも幅広く集め、イギリスで講演させたいと考えている。</p>		
セミナーの成果	<p>今回は、変分問題と数理物理学を焦点としたトピックを選んでウィンタースクールを開催した。物理学、幾何学、解析学を中心とした研究者が集まり、調和写像、可積分系、固有値問題等について、学生のためのミニコース、専門的研究者からの先端成果についての討議を通して、関係研究者たちの相互交流と今後の共同研究についての基盤ができた。また、若手研究者のポスター発表も行い、シニアな研究者からのアドバイスをもらって、研究をより発展させているケースも生まれている。リーズ大学がUK-Japan Winter Schoolを始めて開催することで、英国の数学ネットワーク拠点を新たに開拓することもできた。</p>		
セミナーの運営組織	<p>組織委員</p> <p>日本側：井関裕康（慶應義塾大学） 前田吉昭（慶應義塾大学）</p> <p>英国側：J.C. WOODS (Leeds University) J. BERNDT (Kings College London)</p>		
開催経費 分担内容 と金額	日本側	内容 外国旅費	金額 1,570,820 円
	(英国)側	内容 国内旅費	/
	( )側	内容	/

## (2) 全期間において実施したセミナー件数

	平成 26 年度	平成 27 年度	平成 28 年度	平成 29 年度	平成 30 年度
国内開催	2	0	1	2	1
海外開催	3	3	2	2	3
合計	5	3	3	4	4

### 7-3 中間評価の指摘事項等を踏まえた対応

- ① 評価コメント(抜粋): 研究教育拠点の構築では、海外拠点と共同研究・セミナーなどを通じて研究協力が活発に行われている。特に、セミナーによる活動は非常に高い実績を上げている。国際研究集会は、研究成果発表の場として重要なものもちろんだが、新しい研究者と出会う場であり共同研究を始める場としても重要なものである。「Iwasawa 2017」のような国内で開催される大規模な国際研究集会を成功させることは重要な意義を持つ。これまでの協力体制を維持しつつ、さらなる連携強化に期待する。

対応: 国際研究集会「Iwasawa 2017」は、2年間という長い綿密な準備期間を取り、世界最先端の研究者を多数招聘することと国内外から多くの研究者、特に若手研究者の参加を促すことに多くの努力を費やした。その結果、整数論のひとつのテーマを主題とした研究集会としては前代未聞の 236 名が参加する大規模研究集会となった(海外からはアメリカから 25 名、イギリスから 19 名を筆頭に 15ヶ国から 98 名が参加した)。各拠点から多くの研究者が参加したことはもちろんである。若手研究者やこの分野の最新の動向にあまり詳しくない研究者のために preparatory lecture series も行い、また海外の若手研究者も積極的に受け入れ、若手研究者養成ということにも十分に配慮した。また、会場(東京大学)には、講演の部屋以外に、議論のための部屋も用意し、そこでは常時、参加者による数学の議論が行われていた。招聘した以外に、自費で参加した海外の研究者も非常に多かった。研究集会終了時に、海外から参加した多数の研究者に、こんなに活発で意義のある集会に参加したのは初めてである、というコメントをもらい、この集会を組織した責任者として、大変うれしかったのをよく覚えている。若手研究者同士の議論も活発に行われていた。この集会を契機にして、国内外の多くの若手研究者が知り合ったことも、表には出ない隠れた成果であるが、大きな成果であると考えている。実際、この研究集会での議論を契機として、共同研究が開始され、論文を完成した研究もたくさんあると聞いている。

これまでの研究協力体制を維持しつつ、新たな関係も発展させた。具体的には、本拠点事業の研究活動を知り、プロジェクトへの参画を希望した香港科学技術大学が新たに拠点機関として加わった結果、アジアにおける連携体制が拡大した。欧米を中心に構築してきた研究協力体制を礎に、国際連携をアジアにも広げることで、数理科学分野の今後の研究推進のために有意義な国際連携体制の拡充をすることができた。

- ② 評価コメント (抜粋) : その他に大学院生や若手研究者の国際研究集会への派遣、共同研究を目的とした長期派遣などを行っており、こうした国外・国内の多くの研究集会等で、若手研究者や大学院生が口頭発表・ポスター発表を行っているのは頼もしい。プレゼンテーションスキルが低いという問題点が報告されているが、帰国後に反省会や討論会を行うなどして今後の問題点や課題について自覚を促すことにより十分な成果が見込こまれる。

対応 : Boston Keio summer school や UK Japan winter school を継続して毎年開催し、ただ参加するだけでなく、原則として若手研究者と大学院生のほぼ全員が口頭発表もしくはポスター発表を行わせた。また、海外の研究集会の会場でも、大学院生などは日本人同士で固まってしまうことが多いため、食事に行くときには必ず日本人以外と行くように、など指導した。レベルの低い指導であるが、このようなことが初学者には意外と重要であり、帰国後も海外の若手研究者と研究交流を継続する大学院生も多かった。また中間評価で話題となった反省会であるが、各国際 workshop, school が終了後に、継続して行った。自らの体験を検証し、問題点や課題を共有し、新たな目標などを明確化することは、若手研究者の問題点の改善と能力の向上に役立っている。また、各 workshop や winter school で、第一線で活躍する研究者を招聘することにも注力したが、このことが若手研究者同士のみならず一線級の研究者との活発な国際研究交流も行ったことが研究意欲と国際的感覚を大きく成長させた。その結果、卒業後ドイツ、アメリカ、カナダなどで研究活動を行う学生や、優れた論文を完成させる学生、特に 2019 年度 応用統計学奨励論文賞を受賞し統計関連学会連合大会で受賞者講演をする学生が生まれるなど、頼もしい活躍をする若手研究者らを輩出することができた。

評価コメント (抜粋) : セミナーについては、数多くの国際研究集会が実施され、多くの若手研究者に発表の機会や新しい研究者との出会いの場を提供している。研究者交流については、適切に計画し、実施されているが、分野横断的な研究者交流が行われればなお良いと思われる。

対応 : 分野横断的な交流が重要なことはわれわれもよく認識している。香港科学技術大学との workshop においては、分野横断的な workshop を開催し、両大学の大学院生も出席して、他分野の動向についての知識を得るとともに、広い視野を持つ大学院生の輩出に貢献した。また、普段から分野横断的研究の重要性を強調した結果、自分の専門分野と異なる workshop や winter school にも参加を希望する大学院生や若手研究者が多数現れた。そこで、そのような研究者を積極的に支援した。このような若手研究者が多いことが、慶應義塾大学の強みである。たとえば、整数論と AI、双方を研究している若手研究者なども複数在籍している。しかしながら、この方面に関しては、以上のことだけではまだ不十分であることをわれわれも認識している。今後の課題として取り組みたいと考えている。実際に、分野横断的研究は、慶應義塾大学先端数理科学研究センターの主テーマであり、談話会を組織するなどして現在も取り組んでいる。

## 8. 研究交流実績総人数・人日数

### 8-1 平成30年度の相手国との交流実績

相手国	四半期	日本	イギリス	アメリカ	デンマーク	イタリア	ベルギー	スイス	オーストリア	ドイツ	韓国	中国	フランス(ベルギー・共同参加研究)	ポーランド(ドイツ・共同参加研究)	合計
日本	1														
	2														
	3														
	4														
イギリス	1														
	2														
	3														
	4														
アメリカ	1														
	2														
	3														
	4														
デンマーク	1														
	2														
	3														
	4														
イタリア	1														
	2														
	3														
	4														
ベルギー	1														
	2														
	3														
	4														
スイス	1														
	2														
	3														
	4														
オーストリア	1														
	2														
	3														
	4														
ドイツ	1														
	2														
	3														
	4														
韓国	1														
	2														
	3														
	4														
中国	1														
	2														
	3														
	4														
フランス (ベルギー・共同 参加研究)	1														
	2														
	3														
	4														
ポーランド (ドイツ・共同参 加研究)	1														
	2														
	3														
	4														
合計	1														
	2														
	3														
	4														

※各国別に、研究者交流・共同研究・セミナーにて交流した人数・人日数を記載してください。(なお、記入の仕方の詳細については「記入上の注意」を参考にしてください。)

※相手国側マッチングファンドなど、本事業経費によらない交流についても、カッコ書きで記入してください。

※相手国以外の国へ派遣する場合、国名に続けて(第三国)と記入してください。

### 8-2 平成30年度の国内での交流実績

第1四半期	第2四半期	第3四半期	第4四半期	合計
1 / 2 ( 4 / 15 )	4 / 18 ( 2 / 7 )	14 / 51 ( 2 / 7 )	2 / 5 ( 3 / 10 )	21 / 76 ( 11 / 39 )

### 8-3 全期間にわたる派遣・受入人数

	平成26年度	平成27年度	平成28年度	平成29年度	平成30年度
派遣人数	39 (6)	41 (5)	34 (7)	41 (1)	36 (17)
受入人数	(3)	(1)	(14)	(68)	(11)

※各年度の実施報告書の「相手国との交流実績」に記載の人数を転記してください。

※相手国側マッチングファンドなど、本事業経費によらない交流についても、カッコ書きで記入してください。

## 9. 経費使用総額

### 9-1 平成30年度経費使用額

(単位 円)

	経費内訳	金額	備考
研究交流経費	国内旅費	1,249,082	国内旅費、外国旅費の合計は、研究交流経費の50%以上であること。
	外国旅費	10,334,428	
	謝金	0	
	備品・消耗品購入費	0	
	その他の経費	0	
	不課税取引・非課税取引に係る消費税	783,990	※外国旅費および謝金以外に不課税・非課税取引の該当がある場合には、備考欄にその内容を記入してください。
	計	12,367,500	研究交流経費配分額以内であること。
業務委託手数料		1,236,750	研究交流経費の10%を上限とし、必要な額であること。また、消費税額は内額とする。
合計		13,604,250	

### 9-2 全期間にわたる経費使用額

(単位 円)

	平成26年度	平成27年度	平成28年度	平成29年度	平成30年度
国内旅費	989,630	868,395	2,985,062	1,812,410	1,249,082
外国旅費	13,844,391	12,297,158	10,252,204	9,873,883	10,334,428
謝金	0	0	110,257	0	0
備品・消耗品購入費	164,667	58,190	4,146	0	0
その他の経費	0	25,379	89,596	237,241	0
不課税取引・非課税取引に係る消費税	869,312	945,878	778,735	676,466	783,990
合計	15,868,000	14,195,000	14,220,000	12,600,000	12,367,500

※各年度の実施報告書の「経費使用額」を転記してください。

※「不課税取引・非課税取引に係る消費税」について、平成27年度以前の実施報告書では「外国旅費・謝金等に係る消費税」の記載となっています。

## 10. 相手国マッチングファンド使用額

※全期間にわたる相手国のマッチングファンドの状況概要について、記入してください。

①	相手国名	英国
	拠点機関名	University of Warwick
	経費負担区分	パターン1
	マッチングファンドの 状況概要	学術助成機関名：EPSRC プログラム名：Derived Categories and Applications 支給期間：2014.9. ～2016.8. 金額：1,200,000円相当 学術助成機関名：Warwick Mathematics Institute Research funds プログラム名：Warwick Mathematics Research workshops, seminars and visitor program 支給期間：2016.9.1 ～ 2019.8.31 金額：2,400,000円相当
②	相手国名	英国
	拠点機関名	King's College London
	経費負担区分	パターン1
	マッチングファンドの 状況概要	学術助成機関名：EPSRC プログラム名：Research in Arithmetic Geometry 支給期間：2014.5 ～ 2019.4.30 金額：1,600,000円相当
③	相手国名	米国
	拠点機関名	Boston University
	経費負担区分	パターン1
	マッチングファンドの 状況概要	学術助成機関名：National Science Foundation and Boston University プログラム名：Conferences and Workshops 支給期間：2014.3 ～ 2020.2.28 金額：7,900,000円相当
④	相手国名	デンマーク
	拠点機関名	University of Copenhagen
	経費負担区分	パターン1

	マッチングファンドの 状況概要	<p>学術助成機関名：DANISH RESEARCH FUNDATION  プログラム名：CENTER FOR SYMMETRY AND DEFORMATIONS  支給期間：2013.9. ～ 2018.8.  金額：640,000 円相当</p> <p>学術助成機関名：DANISH RESEARCH FUNDATION  プログラム名：CENTER OF RESEARCH  支給期間：2018.9.1 ～ 2019.3.31  金額：100,000 円相当</p>
⑤	相手国名	イタリア
	拠点機関名	University of Trieste
	経費負担区分	パターン1
	マッチングファンドの 状況概要	<p>学術助成機関名：Ministero dell' Istruzione, dell' Universita e della Ricerca  プログラム名：Operator Algebras, Noncommutative geometry, and applications  支給期間：2013.2. ～ 2016.1.  金額：300,000 円相当</p> <p>学術助成機関名：Ministero dell' Istruzione, dell' Universita e della Ricerca  プログラム名：Operator algebras, Noncommutative geometry, and quantum physics  支給期間：2016.3.1 ～ 2019.3.31  金額：550,000 円相当</p>
⑥	相手国名	ベルギー
	拠点機関名	Universite Catholique de Louvain
	経費負担区分	パターン1
	マッチングファンドの 状況概要	<p>学術助成機関名：Belgian federal government under its scientific policy  プログラム名：Dynamics, Geometry and Statistical Physics  支給期間：2015.1.1 ～ 2018.12.31  金額：1,100,000 円相当</p> <p>学術助成機関名：Fonds de la recherche scientifique  プログラム名：PDR-SNSF (Pierre Bieliavsky-Anton Alekseev)  支給期間：2019.1. ～ 2019.3  金額：20,000 円相当</p>

⑦	相手国名	スイス
	拠点機関名	ETH Zurich
	経費負担区分	パターン1
	マッチングファンドの 状況概要	<p>学術助成機関名：RiskLab, Department of Mathematics  プログラム名：Stochastic Finance and Insurance Mathematics  支給期間：2014. 8. 1 ~ 2018. 7. 31  金額：700,000 円相当</p> <p>学術助成機関名：RiskLab, Department of Mathematics  プログラム名：Stochastic Finance and Insurance Mathematics  支給期間：2018. 8. 1 ~ 2019. 3. 31  金額：50,000 円相当</p>
⑧	相手国名	オーストラリア
	拠点機関名	Australian National University
	経費負担区分	パターン1
	マッチングファンドの 状況概要	<p>学術助成機関名：Australian Research Council  プログラム名：Boundaries of Index Theory  支給期間：2013. 9. ~ 2018. 8.  金額：170,000 円相当</p> <p>学術助成機関名：Australian Research Council  プログラム名：Discovery Projects  支給期間：2018. 9. 1 ~ 2019. 3. 31  金額：30,000 円相当</p>
⑨	相手国名	ドイツ
	拠点機関名	Universitat Regensburg
	経費負担区分	パターン1
	マッチングファンドの 状況概要	<p>学術助成機関名：Project Z Central Tasks  プログラム名：CRC 1085 Higher Invariants - Interactions Between  Arithmetic Geometry and Global Analysis  支給期間：2014. 4 ~ 2021. 12. 31  金額：5,700,000 円相当</p>
⑩	相手国名	韓国
	拠点機関名	Yonsei University
	経費負担区分	パターン1

	マッチングファンドの 状況概要	<p>学術助成機関名 : Samsung Science &amp; Technology Foundation  プログラム名 : Developing homology theory for model theory  支給期間 : 2015. 1. 1 ~ 2018. 12. 31  金額 : 2,100,000 円相当</p> <p>学術助成機関名 : National Research Foundation of Koewa  プログラム名 : Science Research Program  支給期間 : 2019. 1. 1 ~ 2019. 3. 31  金額 : 400,000 円相当</p>
⑪	相手国名	中国
	拠点機関名	The Hong Kong University of Science & Technology
	経費負担区分	パターン1
	マッチングファンドの 状況概要	<p>学術助成機関名 : Hong Kong University of Science and Technology  (HKUST)  プログラム名 : Conferences and Workshops  支給期間 : 2018. 4. 1 ~ 2019. 3. 31  金額 : 400,000 円相当</p>