

## 二国間交流事業 共同研究報告書

平成23年4月14日

独立行政法人日本学術振興会理事長 殿

共同研究代表者所属・部局 大阪大学・理学研究科

職・氏名 <sup>(ふりがな)</sup>准教授・川口 周 かわぐち しゅう

1. 事業名 相手国 (フランス) との共同研究 振興会対応機関 (仏外務省)

2. 研究課題名 アラケロフ幾何におけるリーマン・ロッホの定理と吉川の理論

3. 全採用期間

平成21年4月1日 ~ 平成23年3月31日 (2年      ヶ月)

4. 経費総額

(1) 本事業により執行した研究経費総額 180万円

初年度経費100万円、 2年度経費80万円、 3年度経費0円

(2) 本事業経費以外の国内における研究経費総額 0円

## 5. 研究組織

### (1) 日本側参加者（代表者は除く）

氏名 <small>(ふりがな)</small>	所属・職名	研究協力テーマ
かとう かずや 加藤 和也 もりわき あつし 森脇 淳 よしかわ けんいち 吉川 謙一	シカゴ大学数学科・教授 京都大学理学研究科・教授 京都大学理学研究科・教授	代数的 K 理論 アラケロフ幾何, デイオファントス幾何 解析的トーシヨンと保型形式, アラケロフ幾何

### (2) 相手国側研究代表者

所属・職名・氏名 ジュシュー数学研究所・CNRS CR・Vincent Maillot

### (3) 相手国参加者（代表者は除く）

氏名	所属・職名（国名）	研究協力テーマ
Dennis Eriksson	ヨーテボリ大学／チャルマース工科大学・研究員（スウェーデン）	アラケロフ幾何
Xiaonan Ma	パリ第7大学・教授（フランス）	解析的トーシヨン, 大域的微分幾何
Damian Rössler	トゥールーズ第3大学・CNRS DR（フランス）	アラケロフ幾何, 解析的トーシヨン, 代数的 K 理論
Christophe Soulé	フランス高等科学研究所・CNRS DR（フランス）	アラケロフ幾何

6. 研究実績概要（全期間を通じた研究の目的・研究計画の実施状況・成果等の概要を簡潔に記載してください。）

数論的代数幾何における過去20～30年間の大きな結果の一つに、Gillet-Soulé と Bismut-Lebeauによるアラケロフ幾何におけるリーマン・ロッホの定理とその類型（Koehler-Rössler と Bismutによる算術的レフシェッツの定理）がある。しかし、アラケロフ幾何のリーマン・ロッホの定理に現れる解析的トーシオンとよばれる量は、計算するのが非常に困難であった。吉川は1990年代後半から、数理物理におけるミラー対称性とも関連して、さまざまな代数多様体に対して解析的トーシオンを計算する理論を作りあげてきた。本事業では、アラケロフ幾何（数論的代数幾何）と解析的トーシオン（大域的微分幾何、スペクトル幾何）に関連する研究を行っている日仏の数学者の交流を深めることにより、アラケロフ幾何におけるリーマン・ロッホの定理と吉川の理論の、保型形式や楕円単数の具体的な構成やボチャーズ積への応用を調べる。

本事業の経費により、川口と吉川がフランスに渡航しジュシュー数学研究所、パリ第11大学、トゥールーズ第3大学などを訪れ、また対応するフランス側の経費によりMaillotとRösslerが日本に訪れ、それぞれ研究討論を行った。これらの研究討論の助けもあり、楕円  $j$  関数とボチャーズ  $\Phi$  関数の関係、さらにそれを発展させたボチャーズ  $\Phi$  関数の数論的な性質についての研究（いずれも川口-向井-吉川）が進んだ。前者の楕円  $j$  関数とボチャーズ  $\Phi$  関数の関係については、例えば、川口は、オーストラリア・シドニーのニューサウスウェールズ大学で行われたPRIMA Congress の代数幾何セッションで講演した。一方、フランス側のMaillotとRösslerは、双有理同値な二つのカラビ・ヤウ多様体の解析的トーシオンが同じであるだろうというFang-Lu-吉川の予想に向けた研究成果を得、また、アーベリアンスキームの解析的トーシオン形式に対応するK群の元についての研究を進めた。

また、本事業に関連して、平成22年9月に京都大学でアラケロフ幾何の国際研究集会が開催された。この研究集会には、フランス側の本事業代表者のMaillot、本事業参加者のRösslerとSouléをはじめとして、フランス、スペインの数学者が参加した。特に、（フランス側の本事業代表者または参加者が指導教員をしている）フランスの博士課程修了前後の若手研究者が4人参加し、また日本の博士修了後まもない若手研究者が3人（以上）参加し、2人が講演した。本事業は、日本側・フランス側の代表者の研究に加え、若手研究者を含めた国際研究交流の面でも非常に有意義なものとなった。