

平成 30 年 10 月 1 日

若手研究者海外挑戦プログラム報告書

独立行政法人 日本学術振興会 理事長 殿

受付番号 201780268

氏名 野崎 雄太

(氏名は必ず自署すること)

若手研究者海外挑戦プログラムによる派遣を終了しましたので、下記のとおり報告いたします。
なお、下記記載の内容については相違ありません。

記

- 派遣先：都市名 オーフス (国名 デンマーク)
- 研究課題名 (和文) : コボルディズムを通した 3 次元多様体の研究
- 派遣期間：平成 30 年 3 月 26 日 ~ 平成 30 年 9 月 14 日 (173 日間)
- 受入機関名・部局名：Aarhus University・Centre for Quantum Geometry of Moduli Spaces
- 派遣先で従事した研究内容と研究状況 (1/2 ページ程度を目安に記入すること)

閉 3 次元多様体 X の位相不変量 $hc(X)$ の研究を行なった。 $hc(X)$ はホモロジーコボルディズムを用いて定義される不変量であり、たとえばオープンブック分解と密接に関係している。さらに Y_k 同値を用いた精密化 $hc_k(X)$ を導入し、その性質を調べた (k は正整数)。ここで Y_k 同値は 3 次元多様体たちの間の同値関係であり、量子トポロジーにおいて中心的な役割を果たしてきた。

まずは $hc_2(X)$ の計算に着手した。具体的には Massuyeau, Meilhan の結果を用いることで次の結果を得た： $hc(X) \geq 3$ なら $hc_2(X) = hc(X)$, $hc(X) < 3$ なら $hc_2(X) \leq 3$ が成り立つ。さらに $hc_3(X)$ に関して、次を示した： X が整ホモロジー 3 球面でその Casson 不変量が 0 でないとき、 $0 = hc(X) = hc_2(X) < hc_3(X)$ が成り立つ。

また 3 次元多様体とその基本群の $SL(2, C)$ 表現から定まる Reidemeister トーションに関して、表現を走らせたときの複素平面上の像の性質を調べた。具体的には、特定の結び目に対して、その結び目群の表現の族であって 2 つの複素パラメータを持つものを明示的に構成し、それらから定まる Reidemeister トーションが一方の変数にしか依存しないことを証明した。その過程で、「Reidemeister トーションが表現の境界トラスへの制限にどの程度依存するか」という基本的な問題を提起し、これに取り組んだ。

さらに 3 次元多様体 X のスケイン加群 $S(X)$ を有理関数体 $Q(A)$ を係数とする場合に考察した。具体的には、 X が閉多様体の場合に $S(X)$ は $Q(A)$ 上有限次元かという問題に取り組んだ。特に X が閉曲面と円周の直積の場合に、上記問題と曲面の写像類群の線形性とが関係することを見だし、線形性の研究も合わせて行なった。

6. 研究成果発表等の見通し及び今後の研究計画の方向性 (1/2 ページ程度を目安に記入すること)

「5. 派遣先で従事した研究内容と研究状況」で述べた研究は、いずれも現時点では発表できる段階にはない。今後さらに内容を深めた上で論文としてまとめたいと考えている。以下に研究計画を述べる。

まず 5. で述べたとおり、精密化として導入した不変量 $hc_2(X)$ は本質的には $hc(X)$ と変わらないことがわかった。そこで今後は $hc_3(X)$ を詳細に調べることを計画している。具体的には Massuyeau, Meilhan による Y_3 同値の特徴付けが役に立つと考えている：冪零商への作用、相対 Alexander 多項式, Casson 不変量が各々一致することが Y_3 同値であるための必要十分条件である。

さらに正整数 k が無限大に近づくときの $hc_k(X)$ の極限を考察する。一般に 3 次元多様体からなる集合には Y_k 同値を用いたフィルター付けを定義することができ、その共通部分が自明か否かという問題は重要である。この問題と $hc_k(X)$ の極限とはいずれも k が無限大に近づくときの挙動に関するものであり、両者を関連付けて研究する。

また「Reidemeister トーションが表現の境界トーラスへの制限にどの程度依存するか」という問題に取り組む。まず類似の現象が双曲体積の一般化である「表現の体積」において知られており、これは Chern-Simons 理論に現れる微分幾何学的な議論から従う。一方 Reidemeister トーションと等価な不変量として Ray-Singer の解析的トーションがあり、これは微分幾何学の言葉で定義される。そこで表現の体積に対する議論の類似を Ray-Singer トーションに対して展開することを検討し、準備を行っている。

7. 本プログラムに採用されたことで得られたこと (1/2 ページ程度を目安に記入すること)

まず研究に直接関係することから述べる。受入教員の先生はもちろんのこと、同じ部局 (QGM) の先生方さらにポスドクや大学院生たちと様々な議論ができた。QGM では週に 2 回程度、外部の (または新任の) 研究者による講演が企画されており、私も一度研究発表を行った。当然ながら講演者はヨーロッパを拠点とする研究者のことが多く、日本では聞く機会の少ないであろう講演も聞くことができた。

また Geneva での勉強会及びそれに引き続く Sandbjerg での研究集会は貴重な時間であった。前者は各国から大学院生が集まっており、各大学での研究の様子などは興味深かった。後者ではポスター発表をする機会をもらい、活発な議論ができた。

QGM で不定期に開催される Masterclass という集中講義にも参加した。今回はゲージ理論やホロノミー群の専門家 2 人が招かれ、Riemann 幾何学の基礎から高次元のゲージ理論にわたる講義が行われた。集中講義は日本でも一般的な講義形式の一つだが、約 2 週間にわたって朝から夕方までという密度の高さが印象的だった。一つの内容を基礎から最先端まで学ぶことで、今後の研究に役立つであろう知見が得られた。

最後に研究とは必ずしも関係ない部分で得られたことを述べる。QGM では金曜日にラウンジでそろって昼食をとる習慣があり、食後に Lunch Seminar という非公式な発表が持ち回りで開催される。日本ではあまり聞かない習慣だが、私もある数学の問題をアレンジして発表を行った。聴衆も楽しんでくれたようで、良い経験となった。

また貴プログラムによる滞在期間は約半年であり、ビザが必須であった。ビザの申請は私にとって初めてのことであり、苦労もあったが良い勉強になった。また宿舎には多様な分野、国籍のポスドクや大学院生が 50 人近く住んでおり、彼ら彼女らとの交流から得たものは多い。