

## 若手研究者海外挑戦プログラム報告書

独立行政法人日本学術振興会 理事長 殿

受付番号 201880196  
氏名

小林 穂国

(氏名は必ず自署すること)

若手研究者海外挑戦プログラムによる派遣を終了しましたので、下記のとおり報告いたします。  
なお、下記記載の内容については相違ありません。

### 記

- 派遣先：都市名 ロース (国名 アメリカ合衆国)
- 研究課題名 (和文) : Cohen-Macaulay 加群のジジシーと Ulrich 加群の研究
- 派遣期間：平成 30年 8月 27日 ~ 平成 31年 2月 27日 (185 日間)
- 受入機関名・部局名： カンザス大学
- 派遣先で従事した研究内容と研究状況 (1/2ページ程度を目安に記入すること)

私は派遣期間中、以下のテーマに取り組んだ。

(1) **Gorenstein局所環の極大イデアルの自己準同型環について**：1次元Gorenstein局所環のCohen-Macaulay表現論を考える上で、極大イデアルの自己準同型環は重要な位置を占める。実際、H. Bassは自由直和因子を持たないtorsion-free加群に対する係数環の変換操作を行い、その分類に先の自己準同型環が有用であることを観察した。本研究では極大イデアルの自己準同型環に関する基本的性質の解明、および基礎環であるGorenstein局所環のとり方によらない環論的特徴づけを行った。

応用として、概極小重複度を持つGorenstein局所環の、極大イデアルの自己準同型環による特徴づけを得た。

(2) **Punctured spectrumで局所自由ではない極大Cohen-Macaulay加群について**：荒谷-飯間-高橋の結果を基として、Punctured spectrumで局所自由でない直既約極大Cohen-Macaulay加群の同型類の個数がいつ有限になるか、(以下この個数が正かつ有限となるようなCohen-Macaulay局所環を有限CM+型の環と呼ぶこととする)という問いが自然に考えられる。考察の結果、有限CM+型の1次元Gorenstein局所環がちょうど可算表現型超曲面であることを証明した。すなわちこの状況においては荒谷-飯間-高橋の結果の逆が成り立つことがわかった。また、有限CM+型の2次元Gorenstein局所環は非正規超曲面であり、その整閉包は有限表現型であることも確かめられた。

(3) **Burchの定理に現れる、イデアルに関するある条件について**：BurchのTorの消滅に関する結果にはイデアルにある条件が課されていたが、後に同じ条件がStriuli-Vraciuの正準加群の2次ジジシー加群に関する結果にも出現している。これらの先行結果を踏まえ、本研究ではBurchイデアルのホモロジカルな性質の解明、および特徴づけを目的に置いた。結果として、Burchイデアルによる剰余環はG-正則環であり、Torの連続非消滅や分解部分圏が特異集合の部分集合を用いて分類可能であることを示すことができた。特にG-正則性を示したことは、Striuli-Vraciuの結果の拡張にもなっている。加えてBurchイデアルを剰余体の2次ジジシー加群による特徴づけを与え、Kustin-Vraciuの結果のある種の逆の成立を確かめた。

## 6.研究成果発表等の見通し及び今後の研究計画の方向性（1/2ページ程度を目安に記入すること）

項目5. で述べた結果(1)および(2)は論文としてまとめ、現在雑誌に投稿中である。(3)に関しては論文の執筆を進めている。

(1)および(3)はいずれも剰余体のあるシジシー加群の構造解析に深く関わっている。同様のことは私が以前、高橋亮氏との共同研究で得たUlrich加群全体のなす圏の極値的状況の特徴づけにも言える。今後は剰余体の各シジシー加群のさらなる構造解析、特に自己双対性について主に数値的判別法を探ることを目標としたい。

並行して以下の問題(I)(II)(III)にも取り組んでいきたい。

(I) (2)の研究を継続し、2次元以上の有限CM+型環を特徴づけることを目標とする。最初の段階としては2次元の場合に焦点を絞った考察が必要であろう。ここでBurban-Drozdの結果に注目したい。彼らは2次元非正規Cohen-Macaulay局所環上の極大Cohen-Macaulay加群と、ある種の線型写像の組とを1対1対応させるような対応を構成した。この対応において、我々の考察の主対象であった局所的に自由でない極大Cohen-Macaulay加群がどのような物に移るのかを観察し、有限CM+型環の特徴づけに応用したい。その為いくつかの具体的な超曲面に対する考察から始めるのが妥当であると考えられる。

(II) 概完全交差整閉イデアルの構造解析については、Ciupercăによる特徴づけが知られている。その次に考えられるのはBurchイデアルに対しても概完全交叉性の解析、特徴づけを行うことである。

2次元正則局所環の概完全交叉Burchイデアルは、Hilbert-Burchの定理を用いることで、簡明な形の表示を得ることができる。特にRees代数のCohen-Macaulay性について特徴づけが得られる。3次元以上の場合、まずこのRees代数のCohen-Macaulay性について考察していきたい。

(III) 剰余体のシジシー加群の顕著な性質として、環が特異ならばこれらの加群は自由直和因子を持たない、というものがある。そこで他の特徴的な加群、例えば極大イデアルの冪による剰余巡回加群など、がいつ上記の性質を満たすか、という問題を考察したい。先行研究としては、Dutta氏、高橋氏、吉野氏らのものがあるが、その手法の応用や類推が行える状況の探索から始めたい。

## 7.本プログラムに採用されたことで得られたこと（1/2ページ程度を目安に記入すること）

受入教員であったDao氏やカンザス大学の大学院生であるLyle氏らとの議論を通じて、多くの知見、情報を得ることができた。特に多種のイデアル論的、あるいはホモロジー代数的な手法を新たに上記研究に取り入れることができ、そればかりでなく、今後可換環論を広く研究する上での基礎となることが期待できる。また (II)、(III) に関する研究は彼らと今後ともメール等を用いながら議論、意見交換を継続する予定である。

カンザス大学でのセミナーに参加し、講演・ポスター発表を行うことができた。滞在中には他にネブラスカ大学でのセミナーやAMSのミーティングにも参加して他の研究者と交流を持ち、見聞を広めることができた。

今回6ヶ月という長期の滞在であったので、アメリカの研究者と非常に多くの議論を交わすことができ、語学力や良い議論を行う能力を向上させることができた。今後も海外に滞在すること、他国の研究者と議論を行うことは多々あると思われるが、今回の経験が多いに役立つことと思われる。