

平成 31 年 1 月 10 日

若手研究者海外挑戦プログラム報告書

独立行政法人 日本学術振興会 理事長 殿

受付番号 201880066

氏名 小田 香介

(氏名は必ず自署すること)

若手研究者海外挑戦プログラムによる派遣を終了しましたので、下記のとおり報告いたします。
なお、下記記載の内容については相違ありません。

記

1. 派遣先: 都市名 ベルリン (国名 ドイツ)

2. 研究課題名 (和文) : アフィン代数曲線に対する Abhyankar 予想の純非分離類似に関する研究

3. 派遣期間: 平成 30 年 4 月 10 日 ~ 平成 31 年 1 月 10 日 (275 日間)

4. 受入機関名・部局名: ベルリン自由大学

5. 派遣先で従事した研究内容と研究状況 (1/2 ページ程度を目安に記入すること)

Abhyankar 予想の純非分離類似の根スタックを用いた精密化

アフィン代数曲線に対する Abhyankar 予想の純非分離類似という問題は 2017 年のプレプリントの中で派遣者自身が提示したものである。古典的な Abhyankar 予想は Harbater により分岐制限付きの場合にまで精密化されている。根スタックと呼ばれる代数的スタックを用いて、この方向に研究を進めた。本滞在の前半で、根スタックやその基本群スキームに関する先行研究の調査から始めて、実際に以前得ていた零の場合の結果を強めることに成功した。

正標数代数曲線の tame 基本束のモジュライ依存性

滞在の半ばに取り組んだ課題である。正標数代数曲線の tame 基本群スキームに関して、その最大不分岐商と最大純非分離商は簡明な記述がある。しかし、tame 基本群スキーム全体の記述はこれまで知られていなかったが、代数曲線の定義体に依存する、という結果を得ることが出来た。これを示すために有限線型簡約主束の持ち上げ問題の整理も行った。

Cartan 型の有限単純群スキームに対する純非分離 Abhyankar 予想

この課題は本滞在後半の中頃、ボンのマックス・プランク研究所で純非分離 Abhyankar 予想に関する講演を行った際、参加者の一人の方からサジェストしていただいたものである。この方によると Cartan 型と呼ばれる有限単純群スキームの場合に成立例が無い内は類似は信じがたい、とのことだった。実際、派遣者がそれまで得ていた結果はこの種の群スキームを一つも含んでいなかった。ベルリンに帰ってから早速この問題に取り組んだ。残りの滞在期間はこの課題に費やした。現在も進行中である。本課題に取り組む中で、以前得ていた標数 2 かつ階数 2 の一般線型群のフロベニウス核に関する結果を一般標数及び一般階数にまで拡張することに成功した。

6. 研究成果発表等の見通し及び今後の研究計画の方向性 (1/2 ページ程度を目安に記入すること)

最後の課題に関して話がまとまり次第、論文の執筆及び投稿を行いたいと思っている。また国内外の研究集会で機会があれば研究成果の報告を行いたいと思っている。最後の課題に関して、現在、Cartan 型の有限単純群スキームの中で最も基本的であると思われる一次の Jacobson-Witt Lie 代数に対応する有限群スキームに関して計算を進めているところである。今後も引き続きこの群スキームに関して計算を進めていく方針である。Cartan 型の難しさはそれらが被約代数群のフロベニウス核としては実現できない、という点である。そのためそれらを基本群スキームの有限商として実現するアフィン直線から代数群の埋め込みを見つける際、もっと繊細な議論が要求される。新たなアイデアが必要であると認識している。

7. 本プログラムに採用されたことで得られたこと (1/2 ページ程度を目安に記入すること)

第 1 に、当該分野で活躍している研究者たちと直接会い質問する機会や議論する機会が得られた。日本にいた頃は、基本的に一人で研究を進めていた。しかし、こちらに来てからは研究に行き詰まると相談できる相手があり、これは派遣者にとっては大変心強いものであった。この安心感もあってか、新たな研究課題にも挑戦することができた。滞在先の研究所では基本的にオフィスがグループ毎にまとまって配置されており、教授、ポスドク、学生といった立場関係無く、お互いに自由に部屋を行き来し議論が行われていた。それぞれのオフィスの扉は基本的に常時開かれており、コミュニケーションが取り易い環境にあったと感じる。また環境を変えたことにより、当然のことだが、出会う研究者も大きく変化し、それまでとは違った別の視点から派遣者の研究に関して助言をいただける機会に恵まれた。実際、5. で述べたように派遣者一人では到底考え付かなかつたであろう重要な課題を得ることができた。ボンでの講演は本プログラム以外の要因も重なって、運良く、その機会に恵まれたのであるが、ドイツに滞在していなければ縁の無かったことであろうと思われる。

第 2 に、ワークグループの一員として活動する機会が得られた。滞在先では「リサーチセミナー」と呼ばれるグループ全体のセミナーが毎週行われており、半年毎に一つのテーマを学んでいた。このような活動は日本にいた頃は馴染みがなかった。また学生主体のセミナーも同様の形で行われており、こちらに参加することもできた。滞在先のグループは博士課程の学生が多く、年の離れた研究者とは違った刺激を、同世代の彼らからは受けた。このように各々の研究テーマや立場の垣根を超えて、多くのメンバーと共に一つの数学をじっくり勉強する機会に恵まれた。このようにグループで活動している研究機関を選択して良かったと感じる。自身の研究以外にも多くの数学に触れることが出来、充実した滞在となつた。

第 3 に、生活習慣に関する意識の改善である。ベルリンには世界中から多くの学生やインターン生が集まり、彼らの大半はルームシェアやシェアフラットという形で暮らしている。派遣者も滞在期間中はルームシェアをしていた。生活習慣や滞在目的の異なるルームメイトとの生活はストレスフルなことも少なくなかった。そんな生活の中で常に頭にあったのは翌日の研究・勉強のことであった。夜、研究所から帰宅してからは翌日に備えて如何に頭と体を休ませるか、ということで神経質になっていた。しかし、このことが生活習慣に関する意識や考え方を改善させたと感じる。またそれがパフォーマンスの向上にもつながったと感じる。