

令和 2 年 3 月 31 日

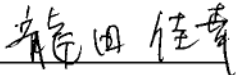
海外特別研究員最終報告書

独立行政法人日本学術振興会 理事長 殿

採用年度 2018

受付番号 201860383

氏 名


(氏名は必ず自署すること)

海外特別研究員としての派遣期間を終了しましたので、下記のとおり報告いたします。

なお、下記及び別紙記載の内容については相違ありません。

記

1. 用務地（派遣先国名）用務地： ハンブルク （国名： ドイツ ）
2. 研究課題名（和文）※研究課題名は申請時のものと変わらないように記載すること。
背景磁場を有する高次元模型の現象論的・宇宙論的検証性について
3. 派遣期間：平成 30 年 4 月 1 日 ～ 令和 2 年 3 月 31 日（731日間）
4. 受入機関名及び部局名
ドイツ電子シンクロトロン研究所
5. 所期の目的の遂行状況及び成果…書式任意 **書式任意（A4 判相当 3 ページ以上、英語で記入也可）**
（研究・調査実施状況及びその成果の発表・関係学会への参加状況等）
（注）「6. 研究発表」以降については様式 10-別紙 1～4 に記入の上、併せて提出すること。

概要としては、本年度は、2 個のトピックを扱った。1 つ目は、超弦理論における量子補正の定量的評価・その物理的意味・現象論的応用について議論した。2 つ目は、フラックスコンパクト化と指数定理の関係性について、である。

(1) 超弦理論における量子補正の定量的評価

超弦理論における D ブレーンモデルでの実状は、量子補正（ループレベル効果）が取り入れられていない傾向にある、という状態にあった。例えば、かつて成されていた議論は、tree level のみでの理解であったり、あるいはただ定性的な「予想」と言っているほどの結果が書かれている論文が多かった。厳密に言えば、超弦理論自体が超対称性に基づいて理論が構築されており、自明に量子補正が消えると予想されたので議論されていなかった面もあるのかもしれない。我々は「超弦理論において、いかに超対称性が破れているのか」を問い、量子補正を取り入れた上で

の考察を望んだ。そこで、まず、トイモデルを構築した。それは、Ramond-Ramond タドポールと呼ばれる不整合性を相殺するような模型構築を設定した。D ブレーンは正の Ramond-Ramond 「電荷」を持っており、それを相殺する為に、オリエンティフォールド (orientifold) を導入した。加えて、D ブレーンの配置により、カイラル粒子とその世代数が生成されるという機構に着目し、カイラルフェルミオンの世代数、とその湯川結合定数を有する模型を構築した。

次に、量子補正を 1-loop level で計算した。注目していた 1-loop ポテンシャルは二種類あった。一つは、良く「抜け道」として使われていた機構である。D ブレーン間に存在する開弦がタキオンを含む場合でも、D ブレーン同士を引き離して利用することで、距離を描写するモジュライ場 (Wilson line) が正の寄与を質量に与え、結果として、4 次元有効理論ではタキオンを回避できるという方法である。この「抜け道」は、これまでのストリング現象論において大きな役割を果たしてきており、ほとんどの有望な模型において使われてきていた。我々の問いは、その方法は量子効果を取り入れた上でも利用できるかどうか、であった。次は、全てのサイクルに対してブレーンが交差する場合である。先行研究で調べられていたことによると、ブレーンの交差角度 3 個をバランスすることにより、スカラーモードはタキオンを回避することができる。スカラーモードの全てが正の質量を有する際に、量子補正がどのように影響するかを調べる必要があった。というのも、(超弦理論とは直接関係しないアプローチではあるが) 現象論模型の一つとして知られる、ゲージ・ヒッグス統一理論での知識によると、Kaluza-Klein モードに由来する量子補正は有限に留まる、あるいは量子補正が相殺する、という性質がある。このことを超弦理論に素朴に応用すると、再び、量子補正は有限に留まるか、相殺され、それほど深刻に考慮すべきでないものとも予想されていた。

手法は、2 種類を平行し、各々の結果を比較し、結果の一致を確認した。超弦理論の枠組みで構築された上のトイモデルにおいて、超弦理論の分配関数を計算することで 1-loop ポテンシャルを求めた。もう一つは、超弦理論からストリングの振動モードを無視し、低エネルギー有効

理論として現れる 10 次元超対称 Yang-Mills 理論において、Coleman-Weinberg ポテンシャルを利用した。結果は、ブレーン間の距離モジュライのポテンシャルは上に凸となっており、タキオンを回避できる領域は鞍点、つまり不安定点であることが判明した。つまり、ブレーン同士を引き離して置いたとしても、量子補正によりブレーン間に「引力」が働き、もはや安定ではなくなってしまう。この結果により、これまでの多くの模型は変更・修正を余儀なくされた。次に、完全交差ブレーンの場合でも、スカラーモードが無質量で超対称性保っていない限りは、これも余剰次元空間のサイズ・モジュライは鞍点のポテンシャルになっており、不安定であった。これらの結果は、論文にとりまとめ論文誌 JHEP で出版された。加えて、2019/9 月に神戸大から依頼を受け、セミナーを行った。

(2) フラックスコンパクト化と指数定理の関係性

コンパクト空間におけるディラック演算子の固有ゼロモードの個数は「指数」と呼ばれるトポロジ不変量で表されることが知られている (Atiyah-Singer index theorem)。その指数定理を用いて、フラックスを背景場として持つトーラスコンパクト化の場合のゼロモード数が調べられた。その後トーラスの自然な拡張である、フラックス背景でのトーラスオービフォールド T^2/Z_N ($N = 2, 3, 4, 6$) でのゼロモード数は調べられてきたものの、指数定理との関係性は全く不明であった。オービフォールドは固定点と呼ばれる特異点を含んでおり、素朴に言えば指数定理との相性が悪いが、多くの研究者の見解では「指数 = ゼロモード数」となるであろうという推測がなされてきたと言える。

我々はまず、フラックスを有するトーラスでの指数定理を再訪問した。そこで、Fredholm 演算子に対する場合、指数は巻きつき数の総数と一致するという定理を発見した。それに基づき、あるテストを行った。トーラスの場合においては、既にゼロモード波動関数が解析的に得られており、具体的に巻きつき数を計算することができる。結果としては、Mathematica を用いた数値計算、解析計算の両方で、巻きつき数が指数と一致した。次に、オービフォールド上での波

動関数を用いて、巻きつき数の計算も行った。特にオービフォルド固定点上での巻きつき数に興味深い性質を発見した。複数個ある波動関数のいずれもが固定点上で同じ巻きつき数を与えていた。トーラスの場合の結果の一つとして、巻きつき数は波動関数が従う境界条件にのみ依存しており、複数個の波動関数の線形結合を取ったとしても、不変であることを確認していた。それとは異なる性質として、オービフォルド模型での固定点上での巻きつき数を “unremovable winding number” と名付け、特に注意深く解析した。結果、オービフォルドゼロモードの個数が unremovable winding number を用いて表されることを明かした。この結果は全てのオービフォルド、任意のオービフォルドパリティの下で成り立つ為、ゼロモード数の一般公式である。これらは論文に取りまとめ、論文誌に投稿中である。加えて、神戸大修士 1 年の竹内万記氏が日本物理学会で発表した。

上の一般公式の傍証を試みた。フラックスを敢えて導入しない場合で、指数を計算した。

T^2/Z_N ($N = 2, 3, 4, 6$) の全てで、一般公式においてフラックス量にゼロを内挿したものと一致した。この結果は現在論文を執筆中である。