

二国間交流事業 共同研究報告書

令和5年4月10日

独立行政法人日本学術振興会理事長 殿

[代表者所属機関・部局]

山形大学・理学部

[職・氏名]

教授・福田 素久

[課題番号]

JPJSBP120203202

1. 事業名 相手国: フランス (振興会対応機関: MEAE-MESRI) との共同研究

2. 研究課題名

(和文) ランダム行列とランダムテンソルの量子情報と機械学習への応用

(英文) Random matrices and tensors for quantum information and machine learning

3. 共同研究実施期間 令和2年 4月 1日 ~ 令和5年 3月 31日 (3年 0ヶ月)【延長前】 令和2年 4月 1日 ~ 令和4年 3月 31日 (2年 0ヶ月)

4. 相手国側代表者 (所属機関名・職名・氏名【全て英文】)

University of Toulouse, CNRS researcher, Ion Nechita

5. 委託費総額 (返還額を除く)

本事業により執行した委託費総額		323,225 円
内訳	1年度目執行経費	31,035 円
	2年度目執行経費	292,190 円
	3年度目執行経費	0 円

6. 共同研究実施期間を通じた参加者数 (代表者を含む)

日本側参加者等	8 名
相手国側参加者等	6 名

* 参加者リスト (様式 B1(1)) に表示される合計数を転記してください (途中で不参加となった方も含め、全ての期間で参加した通算の参加者数となります)。

7. 派遣・受入実績

	派遣		受入
	相手国	第三国	
1年度目	0	0	0()
2年度目	0	0	0()
3年度目	0	0	0()

* 派遣・受入実績 (様式 B1(3)) に表示される合計数を転記してください。

派遣: 委託費を使用した日本側参加者等の相手国及び相手国以外への渡航実績 (延べ人数)。

受入: 相手国側参加者等の来日実績 (延べ人数)。カッコ内は委託費で滞在費等を負担した内数。

8. 研究交流の概要・成果等

(1)研究交流概要(全期間を通じた研究交流の目的・実施状況)

令和2年度:オンラインで日仏間合同のセミナーを11月と3月に2回実施した。11月に早瀬がランダム行列による深層ニューラルネットワーク(DNN)の初期化について説明した(「Random Matrix Approach to Deep Learning」)。佐久間は「On free quasi-infinitely divisible distributions」、Maleは「Applications of Freeness over the diagonal of large random matrices」という題目で講演を行った。3月には福田がパラメーター数の多い機械学習モデルの最適化問題の研究動向について紹介し、早瀬はDNNを深層化しても学習過程で勾配の発散消失問題が発生しないことを説明した(「Random Matrix in Fisher Information of Deep Nets Achieving Dynamical Isometry」)。Nechitaと福田は自由確率とメアンダー多項式の関係についてオンラインで研究交流を行った。

令和3年度:オンラインで日仏間合同のセミナーを7月と11月に2回実施し、狙いを若手育成とした。LancienとNechitaがテンソルについての若手参加者に対しての教育的な講演(「An introduction to tensors」)を行った。また、11月のセミナーでは若手を中心に講演を依頼し、フランスのLoulidi(PhDコース)、日本の植田、及び藤江(博士課程)が研究発表を行った。また、コリンズが、ランダム行列の平均を計算する手法であるWeingarten Calculusをテンソルに応用する方法についても発表した。

令和4年度:5月に福田が京都大学のコリンズ、及び富士通の早瀬を訪問し、ランダム行列・自由確率の機械学習への応用に関して議論をする目的で研究打ち合わせを行った。冬季には、長谷部・佐久間・藤江が京都大学のコリンズを訪問し(1月)、また、佐久間は北海道教育大学の植田を訪問し(3月)、これまでのランダム行列・自由確率の研究成果を共有して発展させる目的で研究打ち合わせを行った。

(2)学術的価値(本研究交流により得られた新たな知見や概念の展開等、学術的成果)

a) 量子通信路の非加法性を示すランダム行列モデルはユニタリ行列・直交行列を用いるもの限られていたが、自由確率の手法を用いて新しいモデルを提示した論文が出版された。[Random Matrices: Theory and Applications, Vol. 11, 2250012 (2022)]

b) 深層ニューラルネットワーク / Deep Neural Network (DNN)の学習において、パラメータをどのように更新すべきかの勾配情報を逆伝播によりDNN全体に伝えることが重要であるが、深層の場合は途中でその勾配が発散したり消失したりすることが問題になる。この問題に対し、DNNの初期化をランダムな直交行列で行えば、そのような問題が起こりにくいことを数学的に示した。そのために、各層のヤコビアン⁽¹⁾の漸近自由独立性を示し、DNNのヤコビアンは各層のヤコビアンの多項式で書けることを証明する論文が出版された。[Communications in Mathematical Physics volume 397, pages85-109 (2023)]

c) 多項式間の演算として既に知られていた polynomial convolution (のちに finite free convolution と名付けられる)の次数無限大での振る舞いが自由確率論で現れる free convolution で見積もることができることが有限自由確率論の成果として分かり始めた。[SIGMA 19 (2023), 004, 11 page]

(3)相手国との交流(両国の研究者が協力して学術交流することによって得られた成果)

Nechitaと福田の研究が、自由確率の手法を使い、またメアンダー多項式のブール・自由変換による生成を論じつつ、量子情報のランダム行列モデルを結びつけた結果を、出版に向けて修正加筆中を行っている。[arXiv:2103.03615 [math.CO]、投稿中]

(4)社会的貢献(社会の基盤となる文化の継承と発展、社会生活の質の改善、現代的諸問題の克服と解決に資する等の社会的貢献はどのようにあったか)

科学研究にとって数学力は汎用性のある基礎力であり、社会の基盤となる文化といえる。そのようなメタサイエンスとしての数学の研究を、発展が著しい機械学習や量子情報との関りを持ちながら進めることは、数学研究と応用研究の双方に利益をもたらすと考えられる。本研究交流によって、(5)にもある通り、若手研究者・学生が成長し、かつ新しく研究を志す学生が現れたことは、数学研究の継承と発展に貢献があったといえる。

(5)若手研究者養成への貢献(若手研究者養成への取組、成果)

(1)にあるように、特に令和3年度の活動は若手研究者育成を念頭におき、教育的な活動を行うとともに、国際的な場での発表の機会を与えた。本事業の終盤に至り、2人の若手参加者である植田と藤江(博士課程)は共著論文を完成させ、その成果を発展させる形で Octavio Arizmendi 氏 (CIMAT・メキシコ) との新たな国際共同研究を行うまでに力をつけた。本事業への参加を通して、博士課程の藤江が新たな研究分野に参入できたこと、早瀬とコリンズの研究(ランダム行列と深層学習)が長谷部に伝わり、同様の研究に興味を持った学生が長谷部の研究室で修士課程に進学することになったことなど、若手研究者の発掘にも貢献した。

(6)将来発展可能性(本事業を実施したことにより、今後どのような発展の可能性が認められるか)

本事業に参加した若手研究者が独立して国際的な研究を続けることが期待される。例えば植田と藤江が有限自由確率論を((2)-c))、佐久間が分布の分解可能性を発展させていくと思われる。(5)にあるように、長谷部研究室では本事業の効果により、新たにランダム行列と深層学習について研究する大学院生を獲得しており、分野としての成長が見込まれる深層学習の研究について、日本の数学者が貢献度を増やしていくことも期待される。また、(2)-a)では従来物理的な制約に限定していた問題をより数学的に広い問題としてとらえたため、今後の類似の研究が期待され、実際に長谷部は National Tsing Hua University (Hsinchu)の研究者とのディスカッションを始めている。(2)-b)では深層学習の研究を数学的に深化・精密化したが、数学者として最先端の情報科学に貢献することができることを示す好例であり、今後の同様な研究が本事業参加者を中心として広がっていくことが期待される。

(7)その他(上記(2)～(6)以外に得られた成果があれば記載してください)

例:大学間協定の締結、他事業への展開、受賞など

特になし。