

二国間交流事業 共同研究報告書

令和4年4月20日

独立行政法人日本学術振興会理事長 殿

[代表者所属機関・部局]

名古屋大学多元数理科学研究科

[職・氏名]

栗田英資 准教授

[課題番号]

JPJSBP1 120194812

1. 事業名 相手国: ロシア (振興会対応機関: RFBR) との共同研究

2. 研究課題名

(和文) 楕円変形代数、頂点作用素及び絡み目不変量

(英文) Elliptic algebras, Vertex operators and link invariants

3. 共同研究全実施期間 2019年 4月 1日 ~ 2022年 3月 31日 (3年 0ヶ月)

4. 相手国代表者(所属機関・職・氏名【全て英文】)

所属機関・職・氏名 Institute for Information Transmission Problems of the Russian Academy of Sciences・
senior scientific researcher・Andrey Morozov機関所在地 Bol'shoi Karetnyi per., 19, 127051, Moscow, Russia

5. 委託費総額(返還額を除く)

本事業により執行した委託費総額		2,337,500 円
内訳	1年度(2019)目執行経費	2,337,500 円
	2年度(2020)目執行経費	0 円
	3年度(2021)目執行経費	0 円

6. 共同研究全実施期間を通じた参加者数(代表者を含む)

日本側参加者等	13 名
相手国側参加者等	7 名

* 参加者リスト(様式 B1(1))に表示される合計数を転記してください(途中で不参加となった方も含め、全ての期間で参加した通算の参加者数となります)。

7. 派遣・受入実績

	派遣		受入
	相手国	第三国	
1年度目	10		0
2年度目			0
3年度目			0
4年度目			0

* 派遣・受入実績(様式 B1(3))に表示される合計数を転記してください。

派遣:本委託費を使用した日本側参加者等の相手国及び相手国以外への渡航実績(延べ人数)。

受入:相手国側参加者等の来日実績(延べ人数)。カッコ内は本委託費で滞在費等を負担した内数。

8. 研究交流実績の概要・成果等

(1)研究交流実績概要(全期間を通じた研究交流の目的・研究交流計画の実施状況等)

ディン・庵原・三木(DIM)代数は、ホップ代数の構造と2つの中心を持つ無限次元代数であり、 W 無限大代数、 $(q-)$ ビラソロ代数や $(q-)W$ 代数などをその特殊な場合として内包している。又、栗田・フェイギン・白石が発見した様に、そのインタートワイナーの相関関数は5次元超対称ヤンミルズ理論のネクラソフ分配関数と一致している。更にトレースをとる事などにより6次元超対称ヤンミルズ理論や楕円型代数とも関係がある。そのため最近非常に注目を集めている重要な代数である。本共同研究ではDIM代数やその楕円化に関する様々な側面を研究した。

研究初年度は8月26日から31日までの間、モスクワのLebedev Physical InstituteにおいてWorkshop and School "Topological Field Theories, String theory and Matrix Models - 2019"を開催し、研究会前後の日程も含め、日露の研究交流を行った。その後もメールなどで議論を行い、結果を多くの論文にまとめることができた。次年度は同様の研究会を開催する予定であったが、新型コロナウイルスの世界的流行がおさまらず渡航は断念せざるおえなかったため、メール、スカイプ、ズームなどを用いてオンラインで研究交流を行った。

(2)学術的価値(本研究交流により得られた新たな知見や概念の展開等、学術的成果)

栗田及び菅野は、Alexei Morozovや、ロシア側の参加者であるAndrey Morozov, Andrei Mironov, Yegor Zenkevich達との共同研究を通じ、DIM代数のインタートワイナーを合成すると、代数の遮蔽演算子が得られることを発見し、又、その遮蔽演算を用いて構成される特異状態が代数の消滅演算子で消えるという条件から、相関関数のワード高橋恒等式を導いた。又、インタートワイナーのブレイド関係式とシフト関係式を用い、DIM代数の R 行列や $(qt)KZ$ 方程式を導出していた。

本研究交流中は、先ずDIM代数のマックマホン表現を解析した。マックマホン表現は3次元ヤング図に対応しており、普通の2次元ヤング図に対応するフォック表現を特別な場合として含むより一般的な表現である。又、3方向の入れ替え対称性に由来する興味深い構造を持っている。以前栗田・フェイギン・白石が構成したDIM代数のインタートワイナーはフォック表現に対するものであったが、それを拡張しマックマホン表現に対するインタートワイナーを構成した。又、その交換関係から R 行列を導出した。菅野は更に、マックマホン表現に対するインタートワイナーの相関関数が満たす $q-KZ$ 的差分方程式を導き、以前の研究で計算した R 行列が現れることを確認した。この R 行列が対角的であることから、解は自由場に対するウィックの定理と同様に2点関数の積で書くことができる。また2点関数は平面分割のペアでラベルされネクラソフ分配関数を拡張したものとなっている。

マクドナルド関数や5次元超対称ヤン・ミルズ理論のネクラソフ分配関数はDIM代数のインタートワイナーを組み合わせたウェブ図で構成できるが、ウェブ図の縦横2種類の外線に関するトレースでそれらの楕円化を構成することができる。横もしくは縦方向のトレースで6次元超対称ヤンミルズ理論の分配関数や楕円ライセナスハミルトニアン固有関数、縦横両方向のトレースで2重楕円(Dell)可積分系のハミルトニアン固有関数などが得られると期待される。ここでDell系は座標部分のみならず運動量部分も楕円変形した可積分系で、 S 双対性など豊富な対称性を持っている。

野海及び白石は2種類ある変数の一方を特殊化するとマクドナルド多項式になるマスター関数を見つけていた。白石はその2パラメータ変形(白石関数)を定義し、その豊富な対称性の予想や、それが非定常楕円ライセナス関数であるという予想を提出した。非定常楕円ライセナス関数とは楕円ライセナス関数の非定常化(ハミルトニアンに時間依存性を持たせる変形)にあたる関数であり、あるパラメータを特殊化すると非定常楕円カロジェロ・サザランドハミルトニアン固有関数を与えることが予想されている。白石及び大久保は、DIM代数のインタートワイナーを複数合成し、ある表現に関してトレースを取ったものが、スペクトルパラメータを調整すれば、白石関数(の特殊化)を再現することを証明した。さらにインタートワイナーのある双対公式から、白石関数とマクドナルド関数の楕円ガンマ関数による持ち上げが本質的に同じであることを証明した。その他にも、マクドナルド関数を固有関数に持つある積分作用素をDIM代数の

インタートワイナーを用いて構成した。更に栗田及び菅野は、Alexei Morozov や Andrei Mironov との共同研究を通じ、非定常 Dell ハミルトニアン固有関数の候補として、白石関数の楕円類似を構成した。

(3)相手国との交流(両国の研究者が協力して学術交流することによって得られた成果)

2019年8月26日から31日までの間、モスクワの Lebedev Physical Institute において Workshop and School "Topological Field Theories, String theory and Matrix Models - 2019" を開催し、研究会前後の日程も含め、日露の研究交流を行った。日本からの派遣者10名とロシアの参加者7は全員口頭発表を行った。その後もメールなどで議論を行い、H. Awata, H. Kanno, A. Mironov, A. Morozov, K. Suetake, Y. Zenkevich, JHEP 2019 (2019) 97 及び、H. Awata, H. Kanno, A. Mironov, A. Morozov, Nucl. Phys. B949 (2019) 114816、J. High Energ. Phys. 2020, 212 (2020)、Eur. Phys. J. C80 (2020) 994、J. High Energ. Phys. 2020 (2020) 150 の計5本の相手国との共著論文をまとめることができた。

(4)社会的貢献(社会の基盤となる文化の継承と発展、社会生活の質の改善、現代的諸問題の克服と解決に資する等の社会的貢献はどのようにあったか)

特になし。

(5)若手研究者養成への貢献(若手研究者養成への取り組み、成果)

この2国間交流事業においては日本側から大学院生3名(京都大学1名、東京工業大学2名)が参加した。ITEP では、優秀な学生が比較的若い年齢から研究者としての活動を始め、その後米国に渡って世界的に活躍する人材を多く生み出している。N. Nekrasov や S. Gukov といった、現在、この分野の数理論物理学をリードする研究者も ITEP 出身である。日本では、これをそのまま真似ることは難しいと考えられるが、ロシア側メンバーには学位取得して間もない若手研究者が多数参加しており、日本側の大学院学生や若手研究者が、このようなロシアの人材育成システムのもとで活躍する同世代の研究者と交流を持つことは、大きな刺激になった。

(6)将来発展可能性(本研究交流事業を実施したことにより、今後どのような発展の可能性が認められるか)

DIM 代数はトレースをとる事などにより、未だ謎の多い6次元超対称ヤンミルズ理論や Dell 系と関係するため、それらの性質の解明に繋がるはずである。又、DIM 代数、Dell 系や白石関数の楕円類似は豊富な双対性を持ち、弦理論の S 双対性の解析などへの応用も可能だと期待される。

(7)その他(上記(2)~(6)以外に得られた成果があれば記述してください)

例:大学間協定の締結、他事業への展開、受賞、産業財産権の出願・取得など

特になし。