

二国間交流事業 共同研究報告書

令和4年4月19日

独立行政法人日本学術振興会理事長 殿

[代表者所属機関・部局]
早稲田大学・理工学術院
[職・氏名]
教授・田中和永
[課題番号]
JPJSBP 120187426

1. 事業名 相手国: 中国 (振興会対応機関: NSFC) との共同研究

2. 研究課題名

(和文) 変分的手法による非線形偏微分方程式の研究

(英文) Variational study of nonlinear PDEs

3. 共同研究全実施期間 平成30年4月1日～令和4年3月31日 (4年0ヶ月)

4. 相手国代表者(所属機関・職・氏名【全て英文】)

Fujian Normal University・Professor・Zhi-Qiang Wang

5. 委託費総額(返還額を除く)

本事業により執行した委託費総額		2,884,958 円
内訳	1年度目執行経費	1,470,000 円
	2年度目執行経費	1,402,500 円
	3年度目執行経費	12,458 円

6. 共同研究全実施期間を通じた参加者数(代表者を含む)

日本側参加者等	15 名
相手国側参加者等	11 名

* 参加者リスト(様式 B1(1))に表示される合計数を転記してください(途中で不参加となった方も含め、全ての期間で参加した通算の参加者数となります)。

7. 派遣・受入実績

	派遣		受入
	相手国	第三国	
1年度目	5	0	4(4)
2年度目	5	0	4(4)
3年度目	0	0	0(0)
4年度目	0	0	0(0)

* 派遣・受入実績(様式 B1(3))に表示される合計数を転記してください。

派遣: 本委託費を使用した日本側参加者等の相手国及び相手国以外への渡航実績(延べ人数)。

受入: 相手国側参加者等の来日実績(延べ人数)。カッコ内は本委託費で滞在費等を負担した内数。

8. 研究交流実績の概要・成果等

(1)研究交流実績概要(全期間を通じた研究交流の目的・研究交流計画の実施状況等)

変分的手法による偏微分方程式（特に非線形楕円型方程式および方程式系）の研究の発展を目指して共同研究を行い、特異摂動問題、シュレディンガー方程式（系）について成果を上げることができた。

1 年目、2 年目に当たる平成 30 年、令和 1 年において延べ人数にして 10 名の日本人研究者の相手国派遣、8 名の相手国研究者の受け入れを行った。受け入れ、訪問の際にはお互いに小研究集会（Mini workshop on variational problems）を開催し（計 4 回）、毎回 2-3 名の日本人研究者と 2-3 名の相手国研究者が研究発表を行い、その後ディスカッションを行った。共同研究を進める上でも、最新の研究の進捗状況を知る上でも大いに役立った。3 年目の令和 2 年からは新型コロナウイルス蔓延のため、研究期間の繰り越しを認めて頂いたが、計画していた派遣、受け入れ共に実現しなかった。この期間 email によるやりとりを通じて、研究連絡を行い、共同研究を進めた。また 2020 年 12 月にはオンライン研究会 Mini workshop on nonlinear analysis を共同で開催し日本人研究者 2 名、相手国研究者 2 名が研究発表を行った。

(2)学術的価値(本研究交流により得られた新たな知見や概念の展開等、学術的成果)

変分的手法により非線形偏微分方程式、特に非線形シュレディンガー方程式および連立方程式系に対する定在波の存在問題および非局所項を伴う非線形シュレディンガー方程式の研究を行い成果を得た。特に非線形シュレディンガー方程式に関しては従来 u^3 に代表される優線形の非線形項が主たる研究対象であったが、本研究では劣線形項に焦点を当て、物理的にも重要な対数的非線形性に対する特異摂動問題、劣線形べき乗型非線形項をもつ非線形シュレディンガー方程式に対して共同研究により解の存在問題に関して初めて結果を得ている（下記の (3) も参照のこと）。連立シュレディンガー方程式系についてもある種の非常に強い引力項下あるいは引力、斥力を共にもつ 3 連立系に対する存在結果を得る等進歩を与えている。非局所問題についても多くの進展を与え、現在も研究は進行中である。

(3)相手国との交流(両国の研究者が協力して学術交流することによって得られた成果)

相手国研究者 Wang 氏、Zhang 氏と共に生駒氏と田中は $\log(x-P_i)$ をモデルとするポテンシャル $V(x)$ を対数型非線形シュレディンガー方程式に対して特異摂動問題を考え P_i に凝集する解の構成することに成功した。またべき乗型劣線形性をもつ非線形楕円型方程式を有界領域において考え、解の存在、一意性および基底解の性質を詳しく議論した。なおべき乗型劣線形楕円型方程式に対する特異摂動問題は継続して研究を行っている。連立シュレディンガー方程式系に対する特異摂動問題は相手国研究者 Chang 氏と佐藤氏の共同研究により扱われた。また引力、斥力の 2 つの相互作用をもつ 3 本の連立シュレディンガー方程式系の研究が相手国研究者 Wang 氏と佐藤氏により行われ存在結果が示されている。

(4)社会的貢献(社会の基盤となる文化の継承と発展、社会生活の質の改善、現代的諸問題の克服と解決に資する等の社会的貢献はどのようにあったか)

物理学に現れる基本的な問題は変分構造をもち変分問題は非常に重要な分野である。しかしながら日本では欧米、中国と比較すると残念ながら研究者の数は多くない。今回、相手国研究者を受け入れた折りに開催した 3 回の小研究集会（内 1 はオンライン）は公開し国内の研究者、大学院生が参加した。この小研究集会は変分問題の最新の研究成果および問題意識を知るよい機会であった。我が国における変分問題の

研究の発展に役立つものと考えている。

(5)若手研究者養成への貢献(若手研究者養成への取り組み、成果)

修士課程大学院生が早稲田大学より 5 名、埼玉大学より 4 名が参加した。変分問題の研究者が少ない我が国にあって、現在の研究の最前線を知ると共に、相手国の大学院生と交流するよい機会となった。修士論文のテーマの選択に役立つのはもちろんのこと 9 人中 3 名が研究者を目指し博士課程に進学した。内 1 名は東京大学大学院に進学しこの 3 月に博士学位を取得した。また 2 名は変分問題をテーマとして博士課程においてまずは学位取得を目指して日々研究を行っている。

(6)将来発展可能性(本研究交流事業を実施したことにより、今後どのような発展の可能性が認められるか)

劣線形性を伴う非線形シュレディンガー方程式に対する特異摂動問題の研究を現在継続している。今年度までに得られた対数的非線形性の成果と比較すべき成果が得られことを期待している。また非局所問題に対する特異摂動問題にも interaction 評価等に関するさらなる発展が見込まれる。

(7)その他(上記(2)～(6)以外に得られた成果があれば記述してください)

例:大学間協定の締結、他事業への展開、受賞、産業財産権の出願・取得など

相手国参加者博士課程学生の中から日本学術振興会外国特別研究員となることを希望するものが現れた。短い期間であるが日本を訪問することで、日本での研究生活に非常に興味を持ち、特別研究員となることを希望したものと思われる。私が受け入れ研究者として申請を行ったが、残念ながら特別研究員として採用にされず、受け入れに至らなかった。