

令和 1年 6月 30日

## 若手研究者海外挑戦プログラム報告書

独立行政法人日本学術振興会 理事長 殿

受付番号 201880150

氏名 原田 遼太郎

(氏名は必ず自署すること)

若手研究者海外挑戦プログラムによる派遣を終了しましたので、下記のとおり報告いたします。  
なお、下記記載の内容については相違ありません。

### 記

- 派遣先: 都市名 新竹 (国名 台湾)
- 研究課題名 (和文) : 関数体における周期を用いた  $v$  進多重ゼータ値の解釈
- 派遣期間: 平成 30年 10月 1日 ~ 令和 1年 5月 31日 (243日間)
- 受入機関名・部局名: 国立清華大学・数学系
- 派遣先で従事した研究内容と研究状況 (1/2 ページ程度を目安に記入すること)  
派遣先の国立清華大学にて従事した研究を述べる。

#### I. $v$ 進多重ゼータ値の周期による解釈

Hartl-Kim(2015)によって導入された  $t$ -モチーフに付随する局所シトゥカについて、その de Rham 実現とクリスタリン実現の比較写像と、Chang-三柴らにより定義された  $v$  進多重ポリログとの関係を調べた。現時点での進捗は、階数 2 の Carlitz モチーフの場合で比較写像の表現行列を具体的に計算した結果、対角成分に Fontaine 周期の正標数類似が表れることが判明し他の成分においては多重ポリログに近い形の Laurent 級数が表れた。しかし、非常に複雑な多重級数であるため  $v$  進多重ポリログの線形結合で表せるか現在も計算中である。

#### II. 正標数における交代多重ゼータ値の導入

滞在中に行ったもう一つの研究として、正標数における交代多重ゼータ値を導入した。

標数 0 において、交代多重ゼータ値とは従来の Euler-Zagier 型多重ゼータ値を符号を用いて一般化した無限級数である。本研究では正標数における符号の類似物を用いて正標数の交代多重ゼータ値を新たに導入し、正標数において非自明であること、積和公式を満たすこと及び  $t$ -モチーフの周期行列に表れることを示した。これらの結果から Anderson-Brownawell-Papanikolas による ABP 判定法を介して Chang(2012)の結果における手法を応用可能であり、直和予想の類似の解決に至った。これにより、指数の和が異なる正標数の交代多重ゼータ値の間には線形関係式が存在しないことが判明した。

6. 研究成果発表等の見通し及び今後の研究計画の方向性 (1/2 ページ程度を目安に記入すること)

得られた研究結果については2019年11月に京都で開催予定の研究集会にて発表予定である。また論文も執筆中であり近日 arXiv および学術雑誌に投稿予定である。

今後の方向性としては、 $v$  進多重ゼータ値についてはこれまでの研究の延長として局所シトウカを介した比較同型の計算を引き続き行うとともに別の、より naive な方針として Anderson-Thakur、Papanikolas による無限素点における先行研究を参考として有限素点における  $t$ -モチーフの analytic 実現と Betti 実現の比較同型についても考察する。

もう一つの研究成果については、正標数の交代多重ゼータ値が周期であるという性質についてさらに応用を推し進める。今までの応用例として、三柴氏による代数的独立性の結果(2012, 2015)においては正標数の多重ゼータ値を周期にもつ  $t$ -モチーフに付随する代数群の次元を計算することで特別な指数の場合で代数的独立性について結果を得ている。正標数の交代多重ゼータ値に関する  $t$ -モチーフにもこの手法は適用できる見込みがある。

また、正標数多重ゼータ値の Eulerian/zeta-like 性についても応用があり、Chang-Papanikolas-Yu による判定法が与えられている。正標数の交代多重ゼータ値に対して Eulerian/zeta-like を定義した際に同様の判定法が得られるかについても取り組む予定である。

またこれまでに得られた一連の結果に関して円分類似への拡張も図る。

交代多重ゼータ値の有限版や  $p$  進版について正標数類似を得ることも考えられる。

その発展として Bachmann-竹山-田坂などによる先行結果の類似を探ることも興味深い。

7. 本プログラムに採用されたことで得られたこと (1/2 ページ程度を目安に記入すること)

8 か月間の台湾滞在を通して、コンビニやレストラン、交通機関など台湾の文化に日本との多くの共通点を見つける一方で差異も見受けられた。まず日本と比べて気候が温暖であり日光に事欠くことがない。些細なことだが、そのおかげか進捗に行き詰まりがあった際も精神的にコンディションを崩すことなく前向きに研究活動を行えた。また日本に比べると台湾の人々は物事に対して大らかであるように感じられた。実際に日常生活や事務手続きにおいてこの気質に幾度か助けられることがあった。

現地の大学では図書関係がとても充実していることも発見した。報告者の所属する機関では閲覧できなかった海外学術雑誌にアクセスできた他、かなりの文献が電子化されていたこと、もう一つ意外なことに数理解析研究所講究録などの日本語の文献がそろっていることも印象的であった。

そして今回の滞在の動機でもある最大の異なりは、国内と比べて台湾は正標数の数論が盛んなことである。台湾大、清華大では分野に関連したセミナーや研究集会が数多く開かれているために情報収集及び交流に絶好の場所であった。プログラム中に国立台湾大学にて行われた研究集会 Arithmetic of Function Fields and Diophantine Geometry では世界各地から集まる研究者達による最先端の研究について情報収集を行うとともに国外の人々、特に米国の研究者とのネットワークを築くことができた。一方で研究者のみならず国立清華大学の学生とも交流を行い、今後の共同研究のきっかけを得ることができた。

現地では、毎週英語による研究打ち合わせを行う一方で日常生活ではしばしば中国語を使うことがあったので言語スキルの向上に大いに役立った。

海外にて現地の研究者と議論を重ねながら研究成果をあげつつも他の研究者との人脈を築いたという今回の経験は、将来日本の研究者が正標数の数論に取り組む際のきっかけを自らが与えるという目標に近づく一歩になったと感じる。

8 か月間という貴重な長期台湾滞在の機会を与えていただいた本プログラムには感謝している。