

平成 31 年 01 月 30 日

若手研究者海外挑戦プログラム報告書

独立行政法人日本学術振興会 理事長 殿

受付番号 201880131

氏名 古賀 一基

(氏名は必ず自署すること)

若手研究者海外挑戦プログラムによる派遣を終了しましたので、下記のとおり報告いたします。
なお、下記記載の内容については相違ありません。

記

1. 派遣先 : 都市名 バークレー (国名 アメリカ合衆国)
2. 研究課題名 (和文) : GPU による高速化を利用した液滴運動の数値解析
3. 派遣期間 : 平成 30 年 07 月 01 日 ~ 平成 30 年 12 月 31 日 (184 日間)
4. 受入機関名・部局名 : カリフォルニア大学バークレー校・数学科
5. 派遣先で従事した研究内容と研究状況 (1/2 ページ程度を目安に記入すること)

本研究では表面張力が作用する液滴界面のモデルとして軸対称渦層方程式を考え、その数値的側面を深く理解することを目的とした。以下では派遣中に従事した研究内容について述べる。

(a) 軸対称渦層方程式に対する時間離散法

研究計画では軸対称渦層方程式の「硬さ」と呼ばれる数値不安定性に着目し、その原因である高次線形項を液滴のコンパクト性を反映した有限ヒルベルト変換で理解することを目的とした。これに関して、Michael Christ 教授との議論から特異積分作用素の基礎について学び、それを用いて有限ヒルベルト変換の基本的な性質を整理した。現在は有限ヒルベルト変換に対するスペクトル精度の離散化について研究を継続している。また指数時間微分ルンゲ=クッタ法(ETDRK)に現れる Φ 関数の計算法について、線形項が FFT で対角化可能な場合について新しいスケーリング則に基づく手法を実装し、より一般の場合については現在 GPU による高速化を試みている。

(b) 軸対称ビオ・サバール積分に対する求積法

軸対称ビオ・サバール積分に対して 5 次精度の求積法しか見つかっていないことから、時間離散化法の性能比較に先立ち、新たな正則化に基づく二重指數関数型数値積分公式の適用を可能にした。

(c) 一様配置構成のアルゴリズム

軸対称渦層方程式に ETDRK を適用するための前提となるパラメータ曲線の一様配置について、ニュートン法等の反復的手法に依拠しないスペクトル精度の構成アルゴリズムを考案・実装した。

6. 研究成果発表等の見通し及び今後の研究計画の方向性 (1/2 ページ程度を目安に記入すること)

今回の派遣中に得られた成果に加え、継続している研究を完成させ 2019 年内に査読論文としての出版を目指す。また今後の研究の方向性としては以下の 2 つを予定している。

(a) 軸対称液滴の周期運動に関する数値的研究

これまでの研究成果を基礎に、表面張力が作用する液滴界面のモデルとしての軸対称渦層方程式に対する時間周期解を数値計算によって求める。そのアルゴリズムは大まかに、初期条件から予測周期までのシミュレーションと、その結果と初期条件との誤差を最小化する最適化手法に分けられる。前者については、5. で述べた軸対称ビオ・サバール積分に対する求積法と ETDRK を用いることが出来る。また後者については随伴問題に基づく Broyden–Fletcher–Goldfarb–Shanno 法が効果的であると期待される。これは受入研究者による二次元問題の研究を軸対称問題に拡張する試みであるが、軸対称な場合の特異積分項の複雑さに起因する様々な困難が予想される。

(b) 液滴運動の特異点形成に関する数値的研究

液滴運動に現れる特異性として、表面張力によりくびれの急速な収縮が起きるピンチング現象と、運動エネルギーによるへこみから液滴が球とその周りのトーラスに分裂する Bag Breakup が知られている。渦層方程式によるモデル化において、これらの現象は方程式の解に現れる有限時間特異点に対応するが、その精密な数値的研究には優れたメッシュ制御のアルゴリズムが不可欠である。しかし、2 つの異なる特異点を捉えることができる統一的な適忯的メッシュ制御の方法は知られていない。その本質的な困難は、メッシュ制御のガイドラインをパラメータ曲線の局所的な情報のみでは生成できない点にある。そこで、先行研究がピンチング現象の場合に解析的に与えた「非局所的」なガイドラインを自動生成するアルゴリズムを考案し、Bag Breakup に対応する特異点の分類や特異点間の遷移現象に関する数値的研究を行う。

7. 本プログラムに採用されたことで得られたこと (1/2 ページ程度を目安に記入すること)

受入研究者である Jon Wilkening 教授とは 2017 年春に米国ブラウン大学に短期滞在して以来共同研究を続けているが、今回の派遣開始以前はメール等で進捗報告を行うのみで密な議論が行えていなかった。また当該共同研究の内容は国内所属研究室の主たる方向性と一致しないため、現在の研究について活発な議論を行うために内外の研究機関を積極的に訪れる必要性を感じていた。そのような状況で本プログラムの支援により共同研究先での長期滞在が可能となったことは、5. で述べた研究成果が得られた直接の要因であったと確信している。また本プログラムによる渡航中に共同研究者の GPU 計算機にアクセス可能となったことで、理想的な研究環境の中で上述の成果を得ることができたのは望外の結果であった。

また一方で、6 ヶ月という比較的長い期間滞在することができたため、研究に集中したサマーセッションに加え、講義・セミナーが行われる秋学期全体を通して過ごすことができた。米国の学費事情等を考えれば意外なことであるが、今回 Visiting Student Researcher という非正規学生の身分であっても、担当教員の承認があれば大学院レベルの講義を授業システム登録の上聴講することができた。今回の派遣中は Michael Christ 教授による調和解析の講義を聴講したが、授業システムで提供された講義資料は非常に整理されており、むしろ教科書の草稿に近い質の高いものであった。また調和解析は主に大学院 2 年生を対象としたものであったため、講義後の活発な議論や学生からの新規研究テーマの提案等、教員と学生との間の新鮮な交流に参加できたのは非常に価値ある経験であった。また時期によっては居室が与えられない場合もあると聞いていたが、滞在期間を通して便利の良い部屋を割り当てられたことも幸運であった。

このような貴重な体験ができたのは本プログラムによる充実した支援があったからに他ならず、その成果をこれからの研究活動のなかでさらに発展させていきたい。