

平成30年12月28日

若手研究者海外挑戦プログラム報告書

独立行政法人 日本学術振興会 理事長 殿

受付番号
氏名

201880127
浅尾 泰之

(氏名は必ず自署すること)

若手研究者海外挑戦プログラムによる派遣を終了しましたので、下記のとおり報告いたします。
なお、下記記載の内容については相違ありません。

記

- 派遣先：都市名 ローザンヌ (国名 スイス)
- 研究課題名 (和文) : ストリングトポロジーのオービフォルドへの拡張
- 派遣期間：平成30年9月6日 ~ 平成30年12月21日 (107日間)
- 受入機関名・部局名：スイス連邦工科大学
- 派遣先で従事した研究内容と研究状況 (1/2 ページ程度を目安に記入すること)

ストリングトポロジーとは多様体の自由ループ空間のホモロジー上の代数的構造に関する研究分野であり、その代数構造は多様体のコチェイン代数の Hochschild ホモロジーと一致することが知られている。今回の研究ではストリングトポロジーのオービフォルドへの拡張を、Hochschild ホモロジーの変形という代数的な視点から考察した。Hochschild ホモロジーに密接に関係する対象として cyclic set とその巡回ホモロジーがあるが、その変形として crossed simplicial group というものが考えられる。今回の研究では cyclic set の代数的な変形である crossed simplicial group が幾何学的にどのような変形に対応するかを考察した。結果としてオービフォルドストリングトポロジーにおける基本的な対象であるオービフォルドループ亜群がその対応する幾何的変形であることがわかった。この考察によってオービフォルドのループホモロジー上の代数構造が統一的に理解されることが期待されたが、対応する crossed simplicial group が通常の cyclic set と非常に近いものであったため思ったような成果は得られなかった。

もう一方で代数トポロジーの応用として距離空間のマグニチュードホモロジーについて研究を行った。マグニチュードは位相的データ解析で近年重要視されている実数値不変量であり、データ集合を有限距離空間とみなして「各点の相互干渉度」を測ることができる。マグニチュードを距離空間のスケールに関する関数とみなすことでその圏化であるマグニチュードホモロジーを考えることができる。その構成にはストリングトポロジーの研究にも登場する Hochschild ホモロジーが用いられ、相互の関係に興味を持っている。

また滞在先で定期的に行われたトポロジーセミナーにも参加し講演を行った。その他にも代数トポロジーの整数論への応用の最先端である Nikolaus-Scholze のプレプリントの勉強会にも参加し発

表を行った。

6. 研究成果発表等の見通し及び今後の研究計画の方向性 (1/2 ページ程度を目安に記入すること)

今回の滞在では結果的に今後の研究のための情報収集が主な研究成果となったためすぐに成果を発表する予定は無いが、滞在中に考察した crossed simplicial group とオービフォールドストリングトポロジーの関係について研究を深めてゆく予定である。また滞在中勉強したマグニチュードホモロジーについても研究を進めてゆきたい。現在有限距離空間について知られているマグニチュードホモロジーの性質 (Mayer-Vietoris 完全列、Kunnet 公式) の一般の距離空間への拡張を考察することでカントール集合などについての研究に用いられないかと考えている。例えばカントール集合の著しい性質として一様不連結性が挙げられるが (これは距離空間が超距離空間と双リプシッツ同値であるための必要十分条件でもある)、この性質をマグニチュードホモロジーを用いて特徴付けられないかと考えている。また一様不連結性は距離空間の Assouad 次元と密接に関連しており (例えば Assouad 次元が 1 未満ならば一様不連結である)、マグニチュードホモロジーを用いた種々の次元についての研究もできるのではないかと考えている。これは位相的データ解析にも直接応用が期待できる研究方向であると考えている。

7. 本プログラムに採用されたことで得られたこと (1/2 ページ程度を目安に記入すること)

圏論を駆使して行う抽象的な代数トポロジーと脳神経科学など他分野へのその応用という一見全く違う複数の分野に対して、統一的なトポジストとしての視点を持って研究を行う受け入れ研究者である Kathryn Hess 教授の研究姿勢に非常に感銘を受けた。技術としての代数トポロジーを修めることは当然ながら、「トポロジーを科学全般に適用する」という科学者としての精神性を養うことが今後の研究人生のベクトルとして新たに加わったように思う。またそのために様々な研究者とのスムーズなコミュニケーションが必要不可欠であることも学んだ。これは分野を跨いだ研究者同士で用いる科学的な言語が全く異なる際に、意思疎通の困難が研究の障害の大きなウェイトを占めているという現状を感じたからである。