

平成 31年 3月 7日

## 若手研究者海外挑戦プログラム報告書

独立行政法人日本学術振興会 理事長 殿

受付番号 201880014

氏名 菊田 康平

(氏名は必ず自署すること)

若手研究者海外挑戦プログラムによる派遣を終了しましたので、下記のとおり報告いたします。  
なお、下記記載の内容については相違ありません。

### 記

1. 派遣先: 都市名 シェフィールド (国名 英国)
2. 研究課題名 (和文) : Bridgeland 安定性条件の空間上の力学系
3. 派遣期間: 平成 30年 9月 27日 ~ 平成 31年 2月 14日 (141日間)
4. 受入機関名・部局名: School of Mathematics and Statics, The University of Sheffield
5. 派遣先で従事した研究内容と研究状況 (1/2 ページ程度を目安に記入すること)

「Bridgeland 安定性条件の空間上の力学系」という研究課題名の通り、自己同値関手より定まる Bridgeland 安定性条件の空間上の離散力学系を考察した。具体的には、これまで報告者が研究してきた圏論的エントロピーの幾何学的特徴付けを動機として、代数多様体の導来圏の安定性条件の空間上の自然な CAT(0) 構造の構成に取り組んだ。研究は現在も進行中であるが、この構成が完成した後、CAT(0) 空間への作用を用いて自己同値群の力学系的・群論的構造を調べるのが最終的な目標である。

以下、派遣先で従事した研究内容の詳細を述べる。

まず安定性条件の空間上に標準的に定まる距離が CAT(0) であるか調べた。楕円曲線の導来圏の場合に、その C 作用に関する商距離が CAT(0) になることは知られている。しかし、計算していると(商を取る前の)元の距離が一般に CAT(0) でないことが分かった。極めて基本的な対象である  $A_2$  筋の道代数のアーベル圏の安定性条件の空間が CAT(0) にならない例である。これより筋に付随する、通常の導来圏や CY Ginzburg dga の導来圏に対して、その安定性条件の空間は一般に CAT(0) でないことが分かる。

そこで次に  $K3$  曲面の導来圏に絞って別の距離構造を考察した。この距離構造は安定性条件の空間が単連結である場合(例えばピカル数 1 の場合)に定義が可能であり、CAT(0) 性は微分幾何や距離幾何の文脈で知られている Allcock の予想の系として得られる。Allcock 予想は ADE 型の超平面補集合の普遍被覆の完備化の CAT(0) 性を主張するものであり、非正曲率リーマン多様体のある因子に関する分岐被覆の局所構造を記述する。

CAT(0)空間に関する議論において、local-to-global というのは重要な視点だが、この予想の解決に対する大きな困難は、ある点での開近傍が大域的な情報を持っているという点である。つまり始めから大域的な議論が求められている。報告者は測定的三角形の局所的分割とは別の分割を考察し、この問題に取り組んでいる。

6. 研究成果発表等の見通し及び今後の研究計画の方向性 (1/2 ページ程度を目安に記入すること)

Sheffield ではこれまでの圏論的エントロピーの研究をベースにしながらも、全く異なる分野の勉強・研究を行った。研究はまだ途中段階であり、成果発表の目処は立っていないが、段階を踏んで着実に論文にまとめていく予定である。

自己同値群の力学系的性質を調べる、という当初の計画を遂行しており、これは帰国後も継続していく。具体的には以下の通りである：まず  $K3$  曲面の導来圏の自己同値群の  $CAT(0)$  空間への作用の構成に取り組む。そしてその作用を用いた自己同値群の力学系的・群論的構造の解析を行う。正確には、これまで自分が取り組んできた圏論的エントロピーという自己同値群の共役不変量と、よく知られた様々な群論的不変量の数値的比較を行う。非常に多くのステップがあるので、一つ一つじっくり取り組んでいきたい。

7. 本プログラムに採用されたことで得られたこと (1/2 ページ程度を目安に記入すること)

これまでとは違った環境で、落ち着いて研究できた。まとまった時間が取れたことで新しい分野の勉強・研究に取り組むことができ、まだ途中段階ではあるが、上記で述べたような研究成果が得られた。また第一線で活躍する数学者とコンスタントに議論できた。彼の研究の仕方、考え方、数学への向き合い方など少しでも感じることはできたのは今回の滞在で大きな収穫だった。

さらに母国語が英語ということもあり、日常会話も勉強した。自分が思いついた表現と実際のネイティブな表現の違いを会話の中で確認できるので、非常に有益だった。

また研究の合間には外に出て、積極的にその国の文化に触れることを心がかけた。長期滞在だからこそ分かることもあり、日本(人)との違いを強く意識し、感じることもできた。