

【若手研究(S)】 理工系 (数物系科学)



研究課題名 代数多様体の数論幾何的予想の解決に向けた戦略的研究

慶應義塾大学・理工学部・講師 ばんない けんいち
坂内 健一

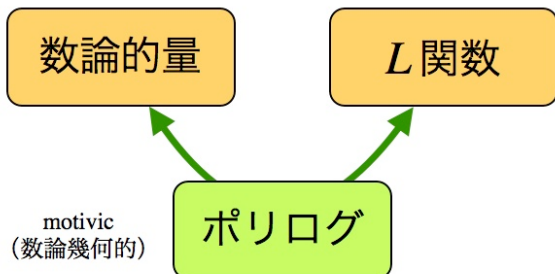
研究分野: 数論、数論幾何学

キーワード: ポリログ関数、テータ関数、 L 関数、 p 進 L 関数

【研究の背景・目的】

整数論では古くから、整数論的に重要な代数的不変量と L 関数の特殊値という解析的な不変量の関係が注目されてきました。代数多様体の類数を、Dedekind ゼータ関数で書き下す「類数公式」などはこの典型的な現れです。この関係は予想として様々な場合に一般化され、最終的には Bloch と加藤和也により、代数多様体の玉河数予想 (Bloch-加藤予想とも呼ばれる) として定式化されました。この予想はクレイ研究所が主催しているミレニアム懸賞問題の1つである Birch-Swinnerton Dyer 予想 (BSD 予想) をも特別な場合として含むことなどからも分かるように、整数論の中心的なテーマとして位置づけられています。

玉河数予想の難しさは、数論的量と L 関数の特殊値という、異質なものを結びつける必要があることにあります。本研究の目的は、この両者の架け橋となりうる「ポリログ」という motivic (数論幾何的) な対象物を研究することです。



「ポリログ」とは、様々な代数多様体に対して構成されている数論幾何的対象です。射影直線引く3点の場合に Beilinson と Deligne によって初めて定義され、Beilinson と Levin によって楕円曲線の場合、その後、Wildeshaus や Kings によってアーベル多様体の場合などに類似の構成が行われました。非常に簡単な抽象的特徴付けを持つことが強みですが、具体的に書き下すことの難しさが難点でした。

最近、辻雄 (東大数理)、小林真一 (東北大) との共同研究を通して、楕円曲線の場合のポリログが Poincaré 束に付随するテータ関数を用いて、ポリログを簡単に具体的に書き下すことに成功しました。以上を踏まえて、本研究では次の2つの事柄を目指します。

・楕円曲線のポリログが具体的に記述できたことの数論的帰結を網羅的に研究する。

・アーベル多様体等、他の代数多様体の場合のポリログを具体的に記述することを試みる。

【研究の方法】

本研究では若手研究者3名程度を雇用して、チームで行うプロジェクト型研究として進めていきます。主には、楕円ポリログの具体的記述という成果を踏まえて、その数論的帰結を網羅的に戦略的に研究する予定です。

【期待される成果と意義】

楕円ポリログの具体的記述から、玉河数予想とも関連の深い、虚2次体の Hecke 指標に付随する p 進 Beilinson 予想などを証明できることが期待されます。また、加藤和也氏の楕円曲線の岩沢理論に対する結果を、楕円ポリログの言葉で再解釈することも可能であると思われます。

アーベル多様体の場合にポリログを具体的に記述することは依然として難しい問題だと思われまます。何らか数論的に意味のある形で具体的に書き下すことに成功すれば、この場合の玉河数予想や p 進 Beilinson 予想等に何らか進展をもたらすことが期待されます。

【当該研究課題と関連の深い論文・著書】

- ・ Beilinson and Levin, the elliptic polylogarithm, in: *Motives*, Proc. Symp. Pure Math. **55**, Pt. 2, pp. 123-190 (1994).
- ・ S.Bloch and K.Kato, L-functions and Tamagawa numbers of motives, in: *the Grothendieck Festschrift*, Vol. I, pp. 333-400, Prog. Math. **86**, Birkhauser, Boston MA, 1990.
- ・ K.Bannai, S.Kobayashi and T.Tsuji, On the de Rham and p -adic realizations of the elliptic polylogarithm for CM elliptic curves, arXiv:0711.1701v2

【研究期間と研究経費】

平成21年度-25年度

71,800千円

ホームページ等

<http://www.math.keio.ac.jp/~bannai/>