

量子統計力学と作用素環論



東京大学 大学院数理科学研究科 准教授
緒方 芳子

研究の背景

量子力学は20世紀前半に構築された理論で、自然界のミクロスコピックな構造の物理を記述します。古典的なニュートン力学において物理量は通常の関数に値をとるのに対して、量子力学では物理量は非可換代数によって記述されます。量子力学は、その提唱以来、多くの実験的検証を経て、確立されてきました。

さて、量子力学で記述されるミクロスコピックな現象に対して、我々の日常的に目にするマクロスコピックな現象があります。例えば温度という概念がありますが、これはマクロスコピックなもので、量子力学の中には出てきません。マクロスコピックな熱平衡状態の力学は熱力学によって記述され、これは疑う余地がありません。それではこれら二つの、スケールの異なる力学はどのように結び付くのでしょうか？これを考えるのが量子統計力学です。

量子統計力学を扱うひとつの数学的枠組みとして、作用素環論が挙げられます。作用素環を用いた量子統計力学の研究は20世紀中ごろから盛んに行われ、熱平衡状態については多くの知見が得られてきました。近年では、その関心が量子系非平衡統計力学まで広がり、また量子情報理論との関係でも幅広く研究がおこなわれています。

研究の成果

私の研究は大きく二つの興味に分かれます。一つ目は、非平衡定常状態(図)と呼ばれる、熱平衡から大きく外れた定常状態です。これは、例えば左右の温度が異なる無限物

理系が、時間無限大において至る状態のことで、流れのある物理系を表すモデルとして、研究されています。特に、非平衡定常状態におけるGreen-Kubo formula について研究しました。これは物理では良く知られた、熱的な外力に対する線型応答理論ですが、実際に数学的に厳密に示すとなかなか難しく、それまでは外部との相互作用の弱い極限において示されている以外は、いくつかの近似計算や相互作用のない系において示されているに限られていました。これが物理的に自然な条件の下成り立つということを示しました。二つ目は、量子スピン系の確率的な解析です。量子スピン系は、結晶内の各々の原子に電子が束縛された系の物性を記述するモデルです。一次元量子スピンモデルの熱平衡状態において、系が大きくなる極限で、確率分布が大偏差原理と呼ばれる性質を満たすことや、マクロスコピックな物理量であれば、量子系の物理量でも、古典的な物理量で近似することが出来ることを示しました。

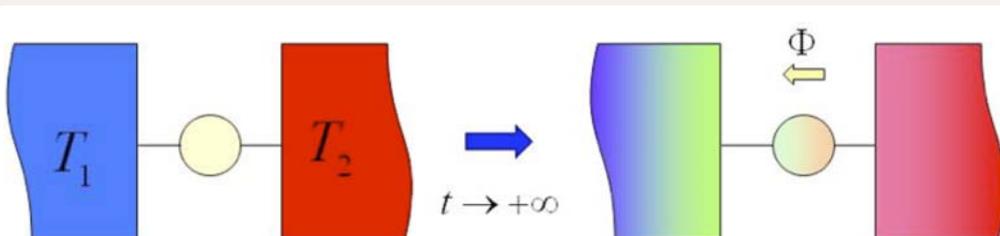
今後の展望

今後は、非平衡定常状態について、より大きなクラスのモデルに解析範囲を広げたいと考えています。また、量子系における揺らぎについてより詳細な研究を行っていきたいと考えています。

関連する科研費

平成17-19年度 特別研究員奨励費「作用素環論を用いた数理物理学の研究」

平成21-24年度 若手研究(B)「作用素環論を用いた熱平衡・非平衡統計力学の研究」



$$\omega_+(A) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \omega_{T_1, T_2}(\alpha_t(A)), \quad \forall A \in \mathcal{O}$$

図 非平衡定常状態
温度差のある熱浴とつなげた後、時間が無限大に経ったときに漸近的に至る状態のことを非平衡定常状態とよぶ。