

【基盤研究(S)】

理工系 (数物系科学)



研究課題名 幾何的トポロジーと写像の特異点論の革新的研究

九州大学・マス・フォア・インダストリ研究所・教授

さえき おさむ
佐伯 修

研究課題番号：17H06128 研究者番号：30201510

研究分野：微分位相幾何

キーワード：特異点、低次元トポロジー

【研究の背景・目的】

トポロジーでは、図形や空間を連続的に変形しても変わらない性質、つまりその本質的形状を理解することが目的である。たとえば高次元空間を観るため、2次元や3次元への写像を用いることができるが、その際、特異点を調べるのが本質的に重要である。

20世紀半ばに生まれた微分トポロジーは、ミルナーによる異種微分構造の発見で数学界にショックを与えたが、その仕事では関数の特異点が重要な役割を果たした。その後トムは特異点論に基づくカタストロフィー理論を提唱して、種々の現象解析への応用を世に示した。一方1980年代にはトポロジーに、強力な解析の手法が導入されたが、これは残念ながらあまり構成的ではない。解析的手法の発展が一段落した近年、具体的かつ構成的なアイデアに基づく幾何的トポロジーの重要性が再認識されつつある。

こうした流れの中、本研究では、そうした具体的かつ構成的な幾何的アイデアや、低次元トポロジー固有の豊かな理論を写像の特異点論の世界に持ち込むことで、既存の概念・定式化・手法を革新し、特異点論の飛躍的発展を図る。そして逆に、幾何的トポロジーに特異点論から新しい道を切り開き、重要な問題の解決を図る。さらには新研究領域、いわば次世代カタストロフィー理論を創成し、諸科学分野や産業界への応用を通して、トポロジーに新たな展開をもたらすことも目的とする。

【研究の方法】

代表者佐伯が創始した特異ファイバー論、最近注目されている特異幾何構造、分担者遠藤が世界を牽引している写像類群とモノドロミーを駆使してゆく。分担者鎌田が考案した、ブレイド群や写像類群を可視化するチャート概念を用い、あまり幾何的に理解されていない量子不変量等を統一的に扱う。分担者大本の特異性類理論と分担者岩瀬の高度なホモトピー論を用い、特異点消去の研究も組織的に行う。

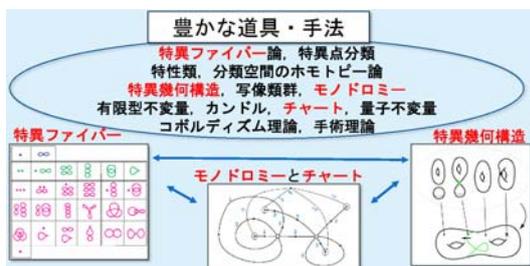


図1 研究手法

さらに、分担者石川の実特異点技法を用いて、4次元可微分ポアンカレ予想への貢献も目指す。こうした手法を基に、代表者、分担者、連携研究者、研究協力者の間で密に連絡を取りながら、個人研究、共同研究を推進してゆく。また、そのために国際研究集会やセミナーを開催し、当該分野の活性化を図る。

【期待される成果と意義】

微分トポロジーの重要な未解決課題への新たな貢献が得られるほか、具体的で構成的なアイデアを用いることで、特異点論の諸科学分野への応用の道も拓かれて、トポロジー分野を越えるような新研究領域、いわば次世代カタストロフィー理論が創られる。特異点論のこれまでにない形での進展により、数学の関連分野の発展が促される。ここは特異点論の汎用性が大いに貢献できる場所である。さらに、カタストロフィー理論の活性化により、産業界の課題を解決し、諸科学分野に新手法を提案することで、他分野へその成果を広く波及させてゆく。

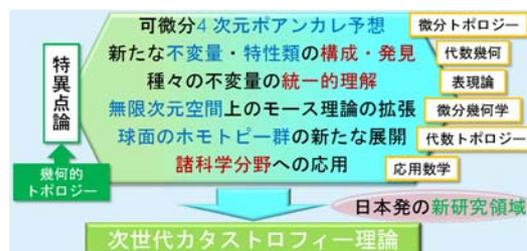


図2 期待される成果

【当該研究課題と関連の深い論文・著書】

- ・ R.A. dos Santos, M.A.B. Hohlenweger, O. Saeki and T.O. Souza, New examples of Neuwirth-Stallings pairs and non-trivial real Milnor fibrations, Ann. Inst. Fourier (Grenoble) 66 (2016), 83-104.
- ・ O. Saeki, Topology of singular fibers of differentiable maps, Lecture Notes in Math., Vol.1854, Springer-Verlag, 2004.

【研究期間と研究経費】

平成29年度－33年度 62,800千円

【ホームページ等】

<http://imi.kyushu-u.ac.jp/~saeki/>