

【基盤研究(S)】

理工系 (数物系科学)



研究課題名 代数幾何と可積分系の融合 - 理論の深化と数学・数理物理学における新展開-

神戸大学・大学院理学研究科・教授 さいとう まさひこ
齋藤 政彦

研究課題番号：17H06127 研究者番号：80183044

研究分野：数物系科学、数学、代数学

キーワード：代数幾何、可積分系、微分幾何、モジュライ理論、ミラー対称性

【研究の背景・目的】

代数曲線上の確定特異点をもつ安定放物接続のモジュライ空間の代数幾何学的構成と、リーマン・ヒルベルト対応の詳細な解析により、接続のモノドロミー保存変形から得られる非線形微分方程式の幾何学的パルヴェ性を明確かつ厳密に示すことが出来た。不確定特異点を許す場合、漸近展開や Stokes 現象の解析、モジュライ空間の構成が進展している。また、望月による混合ツイスターD加群の理論の整備も進展している。数理物理と関連する種々の代数多様体の不変量や、ミラー対称性予想の数学的基礎の構築、近年 WKB 漸近解析や Eynard-Orantin による位相的漸化式の急速な進展があり、可積分系における漸近展開の理論と種々の量子不変量との関係を明確に定式化する事が望まれている。森理論にはじまる代数幾何学の高次元双有理幾何においても、極小モデルプログラムの研究が近年進展しているが、接続や Higgs 場のモジュライ空間、そしてそれらのコンパクト化の良いモデルや、見かけ特異点理論によるモジュライ空間の座標の理論、ラグランジアンファイブレーションなどの詳しい構造に関心が集まっている。我々はこの観点から、次の三つを研究目的とする。

1. モノドロミー保存変形の幾何学 (不確定特異点とストークス現象)
2. 高次元双有理幾何学とその可積分系への応用 (幾何学的ラグランズ予想の研究)
3. 量子不変量とモジュライ空間、ミラー対称性の数学的理解

【研究の方法】

神戸大学の研究分担者を中心に、国内の微分方程式、可積分系、高次元双有理幾何学、モジュライ理論、シンプレクテック幾何、微分幾何、ミラー対称性、幾何学的表現論、導来圏の幾何学、数理物理学等を専門とする研究分担者、連携研究者と連携して研究を進める。各研究目的に従って、研究メンバーはそれぞれ個々の研究を進め、また共同研究を展開させる。解決すべき問題や新たに得られた結果を共有するために、適宜、ワークショップや研究会を開催する。海外の関係する研究者 (米国、台湾、

フランス、ハンガリー等) との交流も密にして、研究交流を活発化し、共同研究等を行う。また、関係する研究を専門とする若手の PD を研究員として雇用し、研究の進展と人材育成を図る。この分野の国際研究拠点の構築を目指す。研究課題のホームページの整備を通じて、研究情報を発信する。

【期待される成果と意義】

不確定特異点を持つ接続のリーマン・ヒルベルト対応やモノドロミー保存変形の幾何学を確立し、可積分系および相空間を幾何学的に精密に記述できる。その事により可積分系の対称性や漸近展開の理論の統一的な理解が進められる。また、接続やヒッグス束のモジュライ空間の詳しい構造の解析により、幾何学的ラグランズ予想の部分的な解決が期待される。これらにより、可積分系と代数幾何学が融合し、超弦理論やミラー対称性等の数学的理解を深める基礎理論の構築が期待される。

【当該研究課題と関連の深い論文・著書】

- ① F. Loray, M.-H. Saito, “Lagrangian fibrations in duality on moduli spaces of rank 2 logarithmic connections over the projective line”, IMRN, no. 4, 995–1043, (2015).
- ② M.-a. Inaba, M.-H. Saito, “Moduli of unramified irregular singular parabolic connections on a smooth projective curve”. Kyoto J. Math., 53, no. 2, 433–482, (2013).
- ③ New developments in algebraic geometry, integrable systems and mirror symmetry (RIMS, Kyoto, 2008), Edited by M.-H. Saito, S. Hosono, K. Yoshioka, Advanced Studies in Pure Mathematics, 59, MSJ, (2010).

【研究期間と研究経費】

平成29年度－33年度 92,000千円

【ホームページ等】

<http://www2.kobe-u.ac.jp/~mhsaito/ftop.html>