

## 【基盤研究(S)】

### 理工系 (数物系科学)



#### 研究課題名 無限粒子系の確率解析学

九州大学・大学院数理学研究院・教授 おさだ ひろふみ  
長田 博文

研究課題番号: 16H06338 研究者番号: 20177207

研究分野: 確率論

キーワード: 無限粒子系、確率解析、ランダム行列、可解モデル、確率幾何

#### 【研究の背景・目的】

無限粒子系とは、統計物理に典型的に出現する対象で、単一もしくは有限種類の無限個の粒子の集団である。以下、単一種類の場合を考える。無限粒子系を、配置空間(点測度から成るラドン測度の空間)の元として捉え、点過程(配置空間の確率測度)で無限粒子系の定常状態を表現する。また、初期状態でラベルを付けその無限個の粒子の連続運動のランダムな時間発展を考えた場合、その確率力学は、対称性のある無限次元確率微分方程式として記述される。

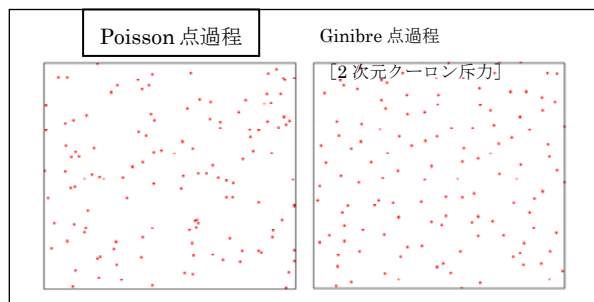
本研究は、対称性を持つ無限次元確率微分方程式の新しい理論に基づき、無限粒子系の確率解析学を構築する。

この解析学は、本質的にすべてのギブス測度を口切りに、ランダム行列の固有値の熱力学極限やランダム解析関数の零点として出現する無限粒子系など、今まで手が出せなかったような遠距離強相互作用を持つ系に対しても有効である。

それを用いて、遠距離強相互作用が生み出す、通常のギブス測度とは異なる、様々な新奇な現象を解明し、その逆温度  $\beta$  についての相転移現象と臨界現象を研究する。

同時に、対数干渉ポテンシャルを備えた逆温度  $\beta=2$  の 1 次元空間の無限粒子系という特別なクラスについては、可解モデルとしての構造を用いて、モーメントや遷移確率の無限次元の類似物等の明示表現を得る。更に可解モデルの構造を、確率解析的理論と融合させ、臨界現象に於ける精密な粒子の漸近挙動を解明する。

#### 【研究の方法】



Poisson と Ginibre

研究代表者 1 名、研究分担者 6 名、研究協力者、ポスドク、大学院生により研究組織を構成する。1) 無

限粒子系の確率解析の新理論の完成、2) 確率力学的普遍性、3) 確率力学的剛性、4) 確率解析の新理論と可解モデルの理論の融合、及び、新展開、5) 格子気体、ジャンプ型無限粒子系、分数ブラウン運動の無限粒子系、6) 確率偏微分方程式、7) ランダム媒質、以上の課題について、具体的な目標を定め研究する。

#### 【期待される成果と意義】

2次元無限粒子系の典型例(Poisson と Ginibre)のシミュレーションを左下に掲載した。Poisson は相互作用がなく、逆に Ginibre はクーロン力による遠距離強相互作用を持ち本研究の主研究対象の一つである。遠距離強相互作用による様々な新奇現象が期待される。この相互作用の扱いは、従来の理論では大きな困難を生じたが、この研究では、それに適応可能な新理論を構築し無限粒子系の確率解析学という分野を切り開いていく。

#### 【当該研究課題と関連の深い論文・著書】

- Infinite-dimensional stochastic differential equations, related to random matrices, Hirofumi Osada, Probability Theory Related Fields (2012) 153:471–509
- Interacting Brownian motions in infinite dimensions with logarithmic interaction potentials, Hirofumi Osada, The Annals of Probability 2013, Vol. 41, No. 1, 1–49
- Interacting Brownian motions in infinite dimensions with logarithmic interaction potentials II: Airy random point field, Hirofumi Osada, Stochastic Processes and their Applications 123 (2013) 813–838

#### 【研究期間と研究経費】

平成 28 年度–32 年度 90,100 千円

#### 【ホームページ等】

[http://www2.math.kyushu-u.ac.jp/~osada/public-2\\_html/index.html](http://www2.math.kyushu-u.ac.jp/~osada/public-2_html/index.html)