

【基盤研究(S)】

理工系(数物系科学)



研究課題名 特異構造が支配する非線形現象の高度形態変動解析

東京大学・大学院数理科学研究科・教授 **ぎが よしかず**
儀我 美一

研究課題番号: 26220702 研究者番号: 70144110

研究分野: 数物系科学、数学、数学解析

キーワード: 非線形解析(含 変分解析・非線形現象)

【研究の背景・目的】

形状の変動を数学的に解明するには、いわゆる「特異構造」がどのようにして形成されていくかを把握することが重要な鍵になります。特異構造の例として、ちぎれる液滴や、結晶表面に現れる衝突する渦、また結晶の強い異方性を反映したファセットと呼ばれる平らな面などが挙げられます。それらがどのように形成され変化し消滅するかを、現象を記述する非線形偏微分方程式を考察することにより解明していくことが、本研究の形態変動解析の目的です。

特異構造を含む場合、接線や曲率を古典的な意味で定義できないことが多いので、偏微分方程式の古典解だけを用いるのでは不十分です。このため解概念の拡張が必要になります。

幸い、この30年間の非線形解析学の進展により、必ずしも滑らかでない図形の変動を、偏微分方程式の解と捉える方法による成功例が蓄積されてきました。例えば、平均曲率流方程式に対して、等高面法を構築することで、動く曲面がちぎれて特異点が発生した後も、その追跡が可能になりました。また、変分法的な捉え方も明らかになってきました。これらは我々の典型的な成功例の一つです。

本研究では、特異構造が支配する非線形性の強い拡散型方程式に対して、微分可能とは限らない解「弱解」の概念を導入し、問題の数学的適切性や、解の特性を調べ、形態の変動を解析します。方程式自体に特異点があるような全変動流方程式や、クリスタライン平均曲率流方程式までも研究対象とします。また高次元や高階方程式の問題にも取り組めます。諸モデル間の関係を明らかにするとともに、結晶成長分野、画像処理分野、流体力学分野等への応用を目指します。このために、最先端の粘性解析、変分解析、関数解析、漸近解析、実解析をさらに深化させます。

【研究の方法】

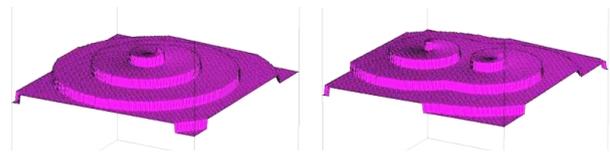
個人研究と、国内外共同研究者との共同研究を行います。さらに関連した数学分野でテーマを絞った国際ワークショップを開催いたします。また、諸科学に潜む問題を発掘するための学際的国際会議およびチュートリアルセミナーを開催いたします。

【期待される成果と意義】

数学的側面: 形態変動の解析学という広い視点で諸手法を融合・拡張させるので、難問の解決および新手法の提案が期待されます。特に高次元での問題

や、高階の問題について新たな展開が予想されます。例えば、変分解析と粘性解析の両方の手法を駆使することにより、クリスタライン平均曲率流に対する等高面法を曲面の場合に拡張することが可能になり、20年来の未解決問題解決への道が開けます。こうして変分解析や粘性解析等を深めながら、非線形偏微分方程式論の発展に寄与することが予想されます。

応用面: 形態変動解析の問題は、流体力学や結晶成長学のような物理分野にとどまらず、画像処理のような情報分野や、微分ゲーム等を通じて社会学にも関連します。本研究により、当該分野の基礎理論の刷新が期待されます。例えば結晶表面に現れる渦の衝突の数学解析により、成長速度についての従来の理論が一新される可能性があります。また、方程式の基本的性質の解明により、異なる分野への応用が期待されます。



等高面法による渦巻成長の数値計算
[Ohtsuka, Giga, Tsai (2014)]

【当該研究課題と関連の深い論文・著書】

- Y. Giga, Surface evolution equations: A level set approach. Monographs in Mathematics, 99. Birkhäuser Verlag, Basel (2006), xii+264 pp.
- M.-H. Giga, Y. Giga and J. Saal, Nonlinear partial differential equations: Asymptotic behavior of solutions and self-similar solutions. Progress in Nonlinear Differential Equations and their Applications, 79. Birkhäuser Verlag, Boston (2010), xviii+294 pp.

【研究期間と研究経費】

平成26年度-30年度
119,800千円

【ホームページ等】

<http://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~labgiga/>