【基盤研究（S）】

理工系（数物系科学）

研究課題名　代数幾何と可積分系の融合と深化

神戸大学・大学院理学研究科・教授　**齋藤　政彦**（さいとうまさひこ）

研　究　分　野：数学

キ ー ワ ー ド：代数幾何、可積分系、微分幾何、複素多様体

【研究の背景・目的】

稲場・岩崎・齋藤は代数曲線上の確定特異点をもつ安定放物接続のモジュライ空間を非特異代数多様体として構成し、さらに線形接続に解空間の局所系を対応させるリーマン・ヒルベルト対応が全射かつ固有双有理正則写像であることを示した。また稲場・齋藤はこの結果を条件付きではあるが不確定特異点の場合にも拡張した。このリーマン・ヒルベルト対応の幾何学の確立から、モノドロミー・ストークスデータ保存変形から得られる非線形微分方程式系の幾何学的パンルヴェ性の厳密な証明をあたえた。

これらの結果に加えて、近年の双有理幾何学や、種々の量子不変量の研究の進展があり、代数幾何と可積分系の理論の融合と深化が期待される。

これらの背景の下に我々は次の 3 つを研究目的とする。

1. 不確定特異点を許す安定放物接続のモジュライ空間とリーマン・ヒルベルト対応の幾何学の研究

2. 双有理幾何学の極小モデル理論の研究と可積分系の相空間の良いモデルの構成や、幾何学的ラングランズ対応等への応用

3. 量子的不変量およびその相関関数の研究およびミラー対称性の数学的理解

【研究の方法】

神戸大学の研究分担者を中心に、国内の微分方程式、可積分系、高次元双有理幾何学、モジュライ理論、シンプレクテック幾何、ミラー対称性、幾何学的表現論、導来圏の幾何学、数理物理学等を専門とする連携研究者と連携して研究を進める。

各研究目的に従って、研究メンバーはそれぞれ個々の研究を進め、また共同研究を発展させる。解決すべき問題や新たに得られた結果を共有するために、適宜、ワークショップや研究集会を開催する。海外の関係する研究者との交流も密にして、研究交流を活発化し、共同研究等を行う。研究課題のホームページの整備を通じて、研究情報を発信する。関係する研究を専門とする若手の PD を研究員として雇用し、研究の進展と人材育成を図る。

【期待される成果と意義】

モノドロミー保存変形から得られる微分方程式の相空間を安定放物接続のモジュライ空間の族として代数的に構成する事により、微分方程式に付随する種々の代数幾何学的構造が明らかになることが期待される。また、リーマン・ヒルベルト対応により、接続のモジュライ空間と穴開き代数曲線の基本群の表現のモジュラィ空間が解析的に同型になる事が示されるが、これらの同型を用いて表現のモジュライ空間の種々の構造が明らかになることが期待される。さらに、正則シンプレクテック構造、見かけの特異点による標準的な座標、ラグランジュ多様体の族、ラプラス変換等の接続のモジュライ空間の詳細な幾何構造が解明されることが期待される。 さらに、これらの研究を発展させ、幾何学ラングランズ対応やミラー対称性等の理解のための数学的基礎が確立することが期待される。

【当該研究課題と関連の深い論文・著書】

[1]　F. Loray, M.-H. Saito, C. Simpson, Foliations on the moduli space of rank two connections on the projective line minus four points, Sém.　et Cong. 27, (2012), 115-168

[2]　M. Inaba, K. Iwasaki and M.-H. Saito, Moduli of Stable Parabolic Connections, Riemann-Hilbert correspondence and Geometry of Painleve equation of type VI, Part I, Publ. Res. Inst. Math. Sci., 42, (4), (2006), 987--1089.

[3] T. Mochizuki,　Asymptotic behaviour of tame harmonic bundles and an application to pure twistor D-modules. I, II , Mem. Amer. Math. Soc., 185,　(2007),　no. 869-870

【研究期間と研究経費】

平成 24 年度－28 年度

94,900 千円

【ホームページ等】

http://www2.kobe-u.ac.jp/~mhsaito/ftop.html