

## 【基盤研究(S)】

### 理工系(数物系科学)



#### 研究課題名 複雑現象に挑む形態変動解析学の構築

東京大学・大学院数理科学研究科・教授 **ぎが よしかず**  
**儀我 美一**

研究分野：数物系科学・数学・大域解析学(4105)

キーワード：非線形現象

#### 【研究の背景・目的】

形状や構造の変動を正確に捉え解析することは、数学分野だけではなく、科学技術全般の複雑な現象を理解し、解明するために重要です。複雑な結晶がどのように形成されてきたのか、といった自然科学的な問題から複雑な画像からどのようにノイズを除いたらよいかといった工学的な問題まで、形態変動に関する問題は様々です。

幾何学が図形の特徴の分類を一つの目的とするのに対し、解析学は極限、収束の概念を基に様々な量の変動を扱ってきました[2007年発行の岩波数学辞典(第4版)参照]。しかしこの20年、図形の変動が非線形解析学の発展と共に解析学で次第に取り扱えるようになってきました。特に通常の微分幾何学では扱いにくいカドのような特異点を持つ、必ずしも滑らかではない図形の変動を数学的にある程度追跡できるようになりました。例えば、金属の粒界の運動を記述する平均曲率流方程式に対して、等高面法を粘性解理論により構築することで動く曲面がちぎれて特異点が発生した後も、その運動が追跡可能になったことは我々の典型的な成功例の一つです。

本研究では図形やパターンの変動を記述する重要な非線形偏微分方程式に対し、必ずしも微分可能とは限らない解の複雑な挙動や性質を解明すると共に、様々な数学モデルとの関係を明らかにするために、粘性解析、変分解析、漸近解析、実解析、確率解析を深化させていきます。これにより、形態変動を組織的に数学解析する「形態変動解析学」の構築を目指します。また、結晶成長分野、画像処理分野など関連分野への応用を目指すだけでなく、複雑な現象を図形の変動と解釈することにより、従来つながりの無かったとされる新たな分野への応用の可能性を探索していきたいと考えております。

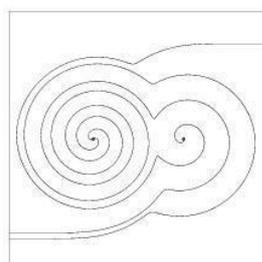
#### 【研究の方法】

個人研究、海外共同研究者や研究協力者との共同研究を主体とします。数学的手法の現状を理解していくために、関連した分野でテーマを絞って国際ワークショップを開催いたします。また、諸科学に潜む問題を発掘するための学際的国際会議を開催いたします。さらにより広い範囲の研究者の関心を高め、研究に協力していただくために、チュートリアルセミナーを開催いたします。

#### 【期待される成果と意義】

**数学的側面**：これまで、解析学の様々な分野で、図形の変動はばらばらに考察されてきました。本研究では、手法を限定せず、形態変動解析という統一的視点で様々な問題に取り組んでいきます。その結果、非線形偏微分方程式論に寄与するだけでなく、粘性解析、変分解析、漸近解析、実解析、確率解析に新たな展開を与えることになると予想されます。

**応用面**：形態変動の問題は、渦巻のような特異な構造が現れる結晶成長学や流体力学のような物理分野だけではなく、画像処理のような工学分野、また生命科学分野、さらには微分ゲーム等を通じて社会科学にも関連し、まさに科学技術全般に横たわる問題です。この様な状況で、その解析のための基礎となる数学理論が整備されることは、今後の諸学問の連携融合にとって鍵となる事が予想されます。



結晶表面の衝突する渦巻転位の数値計算例  
(Y. Giga, T. Ohtsuka, Y.-H. R. Tsai)



金雲母 (phlogopite) の結晶表面  
I. Sunagawa - P. Bennema (1982)

#### 【当該研究課題と関連の深い論文・著書】

- ・ Y. Giga, Surface Evolution Equations—A Level Set Approach, Birkhauser (2006) 273pp
- ・ 儀我美一—儀我美保, 非線形偏微分方程式一解の漸近挙動と自己相似解, 共立出版(1999) 300頁

#### 【研究期間と研究経費】

平成21年度—25年度

134,500千円

ホームページ等

<http://www.ms.u-tokyo.ac.jp/teacher/giga.html>