代数幾何と可積分系の融合と新しい展開

齋藤　政彦
（神戸大学・大学院理学研究科・教授）

【研究の概要等】

20世紀の後半から現在まで、代数幾何と可積分系のおのおのの研究分野において、理論の大いなる発展と深化、そして興味深い新しい研究対象の発見がなされて来た。さらに近年、代数多様体の量子コホモロジー理論の相関関数と可積分系の関係や、カラビ・ヤウ多様体のミラー対称性予想等、両研究分野の間により深い関係が存在することを示唆する研究が報告されている。本研究課題では、近年の高次元代数幾何学の研究の進展、可積分系の研究における研究の進展を踏まえ、これらの深い関係を明確にかつ精密に捉える数学的基礎理論を確立し、さらに、両研究分野を融合し新たな研究分野を展開することを目的とする。具体的には、ベクトル束上の特異点を許す接続（線型方程式系）のモジュライ空間およびそのコンパクト化を幾何学的不変式論で代数多様体の族として構成し、リーマン・ヒルベルト対応の詳しい解析によりモノドロミー・ストークス保存変形の幾何学を確立し、パンルヴェ方程式やその高階化を相空間とそのコンパクト化として現れる代数多様体の変形理論や、極小モデル理論、そして双有理変換等を用いて理解することを目的とする。

【当該研究から期待される成果】

モノドロミー・ストークス保存変形の幾何学の確立により、保存変形によって得られる微分方程式系のパンルヴェ性や、正則シンプレクテック構造、Lie理論的な構成との関係、また相空間の高次元双有理幾何学との関係が明確に理解できると期待される。また、平坦構造やフロベニウス構造の理論の精密化が可能となり量子コホモロジー理論の相関関数と可積分系の関係、ミラー対称性や弦双対性の数学的な理解が可能となることが期待される。

【当該研究課題と関連の深い論文・著書】

・M. Inaba, K. Iwasaki and M.-H. Saito, Moduli of Stable Parabolic Connections, Riemann-Hilbert correspondence and Geometry of Painlevé equation of type VI, Part I, Publ. Res. Inst. Math. Sci. 42 (2006), no. 4, 987--1089.
・M.-H. Saito, T. Takebe, and H. Terajima, Deformation of Okamoto-Painlevé pairs and Painlevé equations. J. Algebraic Geom., 11(2):311--362, 2002.
・S. ~Hosono, M.-H. Saito, and A. Takahashi, Relative Lefschetz action and BPS state counting, Int. Math. Res. Not., (15):783--816, 2001.

【研究期間】　平成19年度－23年度	**【研究経費】　19,500,000 円** (19年度直接経費)

【ホームページアドレス】　http://www2.kobe-u.ac.jp/~mhsaito/ftop.html