

## 非線形非平衡反応拡散系理論の確立

Mathematical Theory of Nonlinear-Non-equilibrium Reaction-Diffusion Systems

三村 昌泰 (MIMURA MASAYASU)

明治大学・理工学部・教授



### 研究の概要

20世紀後半、科学において我々は一つの大きなパラダイムシフトを経験した。それは非線形非平衡系を基盤とする動的な自然観への大きな歴史的転換である。こうして生まれた非線形非平衡科学に対して、残念ながら、当時の数学は対応できなかった。しかしながら、そこに現われる様々な現象を記述するモデルとして、反応拡散系が登場することから、この新たな科学の風が数学、とりわけ非線形解析学の分野に吹き込まれたのである。このことから、非線形非平衡科学の理論構築に向けて反応拡散系の数学理論からの接近が可能となったのである。今回の研究目的は、この研究を遂行することによって数学が自然科学の理論研究に貢献することである。

研究分野：数学系科学

科研費の分科・細目：数学・応用数学

キーワード：反応拡散系、パターン形成、爆発現象、自己組織化、細胞インテリジェンス

### 1. 研究開始当初の背景・動機

自然界に現れる非線形非平衡現象は驚く程多様多種でかつ複雑であり、その理論的解明は数理科学の主要な研究課題になっている。研究代表者が領域代表者となって、非線形物理、非線形化学、生物学等の分野の研究者と共に1999年度から3年間推進した特定領域研究(B)「非線形非平衡現象を支配する特異性の解明」は今回の研究課題の出発点であろう。これは、非線形非平衡現象を記述するモデルとして反応拡散系が登場したことから、数学とりわけ、非線形解析学の分野に新しい科学の風が吹き込んだことが理由に挙げられる。この実績に基づいて、数学の視点から、非線形非平衡現象の理解に接近するという課題を掲げて、基盤研究A「反応拡散系における新しい展開」、引き続いて基盤研究A「非線形非平衡現象の数学からの接近」を実施することに至った。こうして、今回の研究課題はこれまでの長い経験から、非線形非平衡現象解明に向かって、数学、応用数学分野の研究者集団による反応拡散系理論構築を展開することに至った結果である。

### 2. 研究の目的

今回の研究は、非線形非平衡現象の中で、特に散逸構造や自己組織化等から生じる空間パターン形成とダイナミクス、パルス、スポットの相互作用等を記述する反応拡散系を取り上げ、数学、応用数学という視点から、非線形非平衡反応拡散系に対してモデリング、シミュレーションそして数理解析を相補・融合する数学理論を構築することである。

### 3. 研究の方法

代表者と5名の分担者は次の役割を担った。

(1) 全員の共通したキーワードは反応拡散方程式であるが、研究対象は現象のモデリング、シミュレーションそして数理解析と幅広くしかも相補的に研究を進めてきている。具体的には、三村、小林(モデリング、シミュレーション)、栄(遷移ダイナミクス解析)、西浦(大域的分岐理論)、俣野(ランダム場での反応拡散系理論)、柳田(爆発と凝集の定性的理論)である。

(2) この5名の分担者は地域的にも全国をカバーすることから、反応拡散系理論開発の

全国ネットワークを構築している。すなわち、西浦（北海道地区）、柳田（東北地区）、俣野（関東地区）、小林（中国、四国地区）、栄（九州地区）、この他に研究協力者として小川知之氏（大阪大学准教授）が関西地区をカバーしている。

(3) 代表者が所長である明治大学附置研究機関である先端数理科学インスティテュート(MIMS)に分担者全員そして関連する分野の研究者が研究員になることから、研究交流がスムーズに行われる環境を作っている。

(4) MIMS とフランス国立高科学センター(CNRS)は日仏共同事業(LIA197)「反応拡散系研究拠点(ReaDiLab)で共同研究を進めており、代表者、分担者全員がこの事業に参加することにより、反応拡散系に関する海外での情報を積極的に取り入れる。

(5) 代表者、分担者だけの研究活動だけではなく、研究課題に関連する研究を広く全国の研究者への拡大、更に次の世代につなぐために若手研究者の育成も必要であることから、毎年分担者が組織委員になってチュートリアル（学校）を開催する。

#### 4. これまでの成果

(1) 非線形非平衡反応拡散系に現れるパターン形成、ダイナミクス解析に対していくつかの数学的手法を開発した。

○フロント、パルス、スポットのダイナミクス及び相互作用の解析法

○大域的分岐理論

○特異極限解析

○ランダム環境での進行波解析

○爆発解の定性的理論

(2) 会議・フォーラムの主催

○ Workshop on Experimental and Theoretical Studies of Precipitation Patterns (明治大学、2007年6月)

○ International Conference on Free Boundary Problems (千葉大学、2007年11月)

○ Mathematical Understanding of Complex Systems arising in Biology and Medicine (2008年10月)

(3) 若手研究者に向けての学校の開催

○冬の学校「発展方程式系の解の挙動」－反応拡散方程式理論の最先端－(2006年12月)

○秋の学校「パターン形成の数理とその周辺」－反応拡散方程式理論による時・空間パターンの解析を中心に－(2007年9月)

○冬の学校「数理の目で世界を見る」－最先端の話題より－(2009年1月)

#### 5. これまでの進捗状況と今後の計画

非線形非平衡反応拡散系に現れるパターンダイナミクス of 解明に向けて不変多様体理論を開発し、非線形非平衡系に現れるパルス、フロント、スポット等の衝突、消滅等の理論研究は成功した。更に、計算機支援解析のもとでの大域的分岐理論解析法がパターンダイナミクス解析に有効であることも示された。しかしながら、パターンが自己組織的に形成されるという非線形非平衡現象特有の重要な問題である「遷移過程の解明」に向けての理論はまだ充分確立されていない。これに関して今後研究を進めていく計画である。

#### 6. これまでの発表論文等 (受賞等も含む) (研究代表者は太字、研究分担者には下線)

(1) M. Alfaro, D. Hilhorst and H. Matano: The singular limit of the Allen-Cahn equation and the FitzHugh-Nagumo system, J. Differential Equations, 245, 505-565, 2008

(2) S.-I. Ei, H. Ikeda, K. Ikeda and E. Yanagida: Eigenfunctions of the adjoint operator associated with a pulse solution of some reaction-diffusion systems, Bull. Inst. Math. Academia Sinica, 3, 603-666, 2008

(3) X. Yuan, T. Teramoto and Y. Nishiura: Heterogeneity-induced defect bifurcation and pulse dynamics for a three-component reaction-diffusion system, Phys. Rev. E, 75, 3, 036220, 2007

(4) A. Tero, R. Kobayashi and T. Nakagaki: A mathematical model for adaptive transport network in path finding by the true slime mold, J. Theor. Biol., 244, 553-564, 2007

(5) S.-I. Ei, **M. Mimura** and M. Nagayama: Interacting Spots in Reaction-Diffusion Systems, J. Discrete and Continuous Dynamical Systems, A, 14 31-62, 2006

ホームページ等

<http://nnrds.math.meiji.ac.jp/>

<http://www.mims.meiji.ac.jp/index.html>