

二国間交流事業 共同研究報告書

平成 21 年 3 月 26 日

独立行政法人日本学術振興会理事長 殿

共同研究代表者所属・部局 東京大学・物性研究所

(ふりがな) おしかわ まさき

職・氏名 教授・押川 正毅

1. 事業名 相手国 (フランス) との共同研究 振興会対応機関 (MAE)
2. 研究課題名 トポロジカルな量子秩序とその量子計算への応用(Topological Order and Quantum Computation)
3. 全採用期間

平成 19 年 4 月 1 日 ~ 平成 21 年 3 月 31 日 (2 年 0 ヶ月)

4. 研究経費総額

(1) 本事業により交付された研究経費総額 2,000 千円

初年度経費 1,000 千円、 2 年度経費 1,000 千円、 3 年度経費 千円

(2) 本事業による経費以外の国内研究経費総額 千円

5. 研究組織

(1) 日本側参加者

氏名 <small>(ふりがな)</small>	所属・職名	研究協力テーマ
おしかわまさき 押川正毅	東京大学物性研究所・教授	量子スピン系におけるトポロジカル秩序
いのかずすみ 猪野和住	東京大学大学院総合文化研究科・ 助教	分数量子ホール状態におけるトポロジカル 秩序

(2) 相手国側研究代表者

所属・職名・氏名 Louis Pasteur University, Associate Professor, Daniel Cabra

(3) 相手国参加者（代表者の氏名の前に○印を付すこと）

氏名	所属・職名（国名）	研究協力テーマ
○Daniel Cabra	ルイ・パスツール大学 准教授（フ ランス）	トポロジカル秩序と共形場理論
Pierre Pujol	ポール・サバティエ大学 教授（フ ランス）	トポロジカル秩序とゲージ理論

6. 研究概要（研究の目的・内容・成果等の概要を簡潔に記載してください。）

本研究は、トポロジカルな秩序をもつ様々な量子多体系について、統一的な理解を得ることおよびその量子計算などへの応用を検討することが目的である。

トポロジカルな秩序を持つ系の典型例として、量子スピン系にあらわれる RVB スピン液体相があげられる。量子反強磁性体の基底状態として、量子スピンのシングレット対を形成した状態を考える。対の組み方を規則的に定めると、この状態は並進対称性を破る一種の結晶と見なすことができる。しかし、様々な対の組み方に対応する状態の重ね合わせを考えると、これは秩序のないスピン液体状態を表すことができると考えられている。しかしこの重ね合わせ状態の正確な解析は一般に困難である。

この RVB スピン液体相の問題を単純化したものとして、量子ダイマー模型と呼ばれるものがある。これは、シングレット対に相当する「ダイマー」を系の基本的な自由度として定義した模型である。フランス側共同研究者の Pujol 氏は、量子ダイマー模型についてゲージ理論の立場から研究を進めており、氏の来日の際にセミナーおよび意見交換を行った。その結果、量子スピン系について応用を検討するためには、量子ダイマー模型についての理解を踏まえて、それとは異なる元の量子スピン系をシングレット対の観点から記述しなくてはならないと言う結論に達した。

ちょうど、Pujol 氏の属するポール・サバティエ大学（トゥールーズ）では、Mathieu Mambrini, Fabien Alet 氏らのグループが、量子スピン系におけるシングレット対の分布関数に関して研究を進めていた。量子スピン系では、異なるシングレット対の状態も一般に直交しないため、普通に考えるとシングレット対の分布関数自体がきちんと定義できない。しかし、彼らはシングレット対を、異なる副格子間のみならず許すことにすると、分布関数が一意に定義されることを証明した。この分布関数によって、エンタングルメント・エントロピーに類似した量を定義することもできる。エンタングルメント・エントロピーは、量子計算においても重要となる概念であるが、高次元の量子多体系で具体的に計算することは一般に困難である。一方、シングレット対の分布関数は量子モンテカルロ法によって数値的に求めることができる利点がある。

押川は、トゥールーズ大学を訪問した際に、Pujol 氏に加え Mambrini, Alet 氏らとも議論を行い、シングレット対の分布関数について場の理論による計算手法を開発した。これは、シングレット対の分布関数に関して、またエンタングルメント・エントロピーについて、今後研究の新たな発展を生むことが期待できる。

トポロジカル秩序を持つ系としては、分数量子ホール状態が古くから良く知られているが、スピンホール効果に関連してトポロジカル絶縁体が最近盛んに研究されている。フランス側共同研究者の Cabra 氏は分数量子ホール状態についての知見が深く、来日の際に議論を行った。トポロジカル絶縁体は、 Z_2 位相不変量によって特徴づけられる。一方、1次元量子スピン系の Haldane ギャップ状態も一種のトポロジカル秩序を持ち、様々な点で分数量子ホール状態と類似点がある。押川の訪仏の際に、これらの類似点について更に検討を進め、トポロジカル絶縁体との類似を援用することにより、1次元量子スピン系の隠れた秩序の新しい解釈に至った。これによって、Pujol 氏が Sylvain Capponi 氏、大学院生の Daniel Charrier 氏と取り組んでいたチューブ系の問題にも有用ないくつかの結果が導かれる。今後、場の理論との比較検討を通じて理解が更に深まることが期待される。

以上のように、トポロジカル秩序に関連するいくつかの問題について、二国間共同研究によって新しい突破口を見出すことができた。今後これらをもとに研究が発展することは確実である。