

波動場の幾何と解析

小澤 徹 (北海道大学 大学院理学研究科 教授)

【概要】

非線型シュレディンガー方程式や非線型クライン・ゴルドン方程式に代表される波動場の方程式の研究は、場の量子論の数学的基礎を与えるばかりでなく、非線型偏微分方程式の理論体系から見ても重要な分野を形成している。古典場の数学的理論は K. Jörgens (Das Anfangswertproblem im Grossen für eine Klasse nichtlinearer Wellengleichungen, Math. Z. **77** (1961) 295 - 307) 及び I. E. Segal (Nonlinear semigroups, Ann. of Math. **78** (1963) 339 - 364) 等の先駆的な仕事の現れた 1960 年代初頭に始まったと言えるであろう。以来 40 年を経過し、我々是非線型シュレディンガー方程式、非線型波動方程式、非線型クライン・ゴルドン方程式、KdV 方程式、ベンジャミン・オノ方程式等の単独スカラー場に就いては、精密で深い理論を数多く持つに至っている。その過程に於て、函数空間論、発展方程式論、調和解析、実解析等関連する学問の進歩が促された事も注目に値する。しかし、波動場は本来、方程式系(システム)としてその本質的な姿を現すものであり、その数学的基礎づけは Segal, Strauss の指摘以来の大問題であるが未だ完成には程遠い。本研究の目的は、現在迄我々が単独スカラー場に関して蓄積した方法論に立脚して本来の波動場の構造を明らかにする事である。場の特異性を解消させる機構として解析的に認知されている Klainerman-Machedon の零形式の理論や Shatah の正規型の手法の幾何学的解釈の確立を目指し、この目的に迫る手掛りをしたい。またディラック系との相互作用の問題も取上げ、ディラック行列の表現が解の構造に与える影響を座標に依らない方法で記述する計画である。

【期待される成果】

当該研究が研究代表者の計画通りの成果をもたらせば、波動場の相互作用の数学的機構の理解が進み、同時に函数空間論、調和解析、実解析の関連する手法の進展を促すものと期待される。その過程で、研究代表者の共同研究者の所属するフランス、イタリア、メキシコ等の研究グループとも連携して、この研究課題に関する研究上の世界的ネットワークの拡充を図りたい。

【関連の深い論文・著書】

- (1) S. Machihara, M. Nakamura, K. Nakanishi, and T. Ozawa, Endpoint Strichartz estimates and global solutions for the nonlinear Dirac equation, Journal of Functional Analysis (in press).
- (2) S. Machihara, K. Nakanishi, and T. Ozawa, Nonrelativistic limit in the energy space for nonlinear Klein-Gordon equations, Mathematische Annalen **322** (2002), 603 - 621.
- (3) M. Nakamura and T. Ozawa, Small data scattering for nonlinear Schrödinger, wave and Klein-Gordon equations, Annali della Scuola Normale Superiore di Pisa, Serie V, **1** (2002) 435 - 460.

【研究期間】 平成 16 ~ 20 年度

【研究経費】 66,700 千円

【ホームページ】

<http://coe.math.sci.hokudai.ac.jp/>

